I. Guía Pedagógica del Módulo Análisis integral de funciones

Contenido

1. Descripción

La Guía Pedagógica es un documento que integra elementos técnico-metodológicos planteados de acuerdo con los principios y lineamientos del **Modelo Académico del Conalep** para orientar la práctica educativa del docente en el desarrollo de competencias previstas en los programas de estudio.

La finalidad que tiene esta guía es facilitar el aprendizaje de los alumnos, encauzar sus acciones y reflexiones y proporcionar situaciones en las que desarrollará las competencias. El docente debe asumir conscientemente un rol que facilite el proceso de aprendizaje, proponiendo y cuidando un encuadre que favorezca un ambiente seguro en el que los alumnos puedan aprender, tomar riesgos, equivocarse extrayendo de sus errores lecciones significativas, apoyarse mutuamente, establecer relaciones positivas y de confianza, crear relaciones significativas con adultos a quienes respetan no por su estatus como tal, sino como personas cuyo ejemplo, cercanía y apoyo emocional es valioso.

Es necesario destacar que el desarrollo de la competencia se concreta en el aula, ya que **formar con un enfoque en competencias significa crear experiencias de aprendizaje para que los alumnos adquieran la capacidad de movilizar, de forma integral, recursos que se consideran indispensables para saber resolver problemas en diversas situaciones o contextos,** e involucran las dimensiones cognitiva, afectiva y psicomotora; por ello, los programas de estudio, describen las competencias a desarrollar, entendiéndolas como la combinación integrada de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que permiten el logro de un desempeño eficiente, autónomo, flexible y responsable del individuo en situaciones específicas y en un contexto dado. En consecuencia, la competencia implica la comprensión y transferencia de los conocimientos a situaciones de la vida real; ello exige relacionar, integrar, interpretar, inventar, aplicar y transferir los saberes a la resolución de problemas. Esto significa que **el contenido, los medios de enseñanza, las estrategias de aprendizaje, las formas de organización de la clase y la evaluación se estructuran en función de la competencia a formar**; es decir, el énfasis en la proyección curricular está en lo que los alumnos tienen que aprender, en las formas en cómo lo hacen y en su aplicación a situaciones de la vida cotidiana y profesional.

Considerando que el alumno está en el centro del proceso formativo, se busca acercarle elementos de apoyo que le muestren qué **competencias** va a desarrollar, cómo hacerlo y la forma en que se le evaluará. Es decir, mediante la guía pedagógica el alumno podrá **autogestionar su aprendizaje** a través del uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieran y adopten a nuevas situaciones y contextos e ir dando seguimiento a sus avances a través de una autoevaluación constante, como base para mejorar en el logro y desarrollo de las competencias indispensables para un crecimiento académico y personal.

2. Datos de Identificación de la Norma

Título:	
Unidad (es) de competencia laboral: **1.**	
Código:	**Nivel de competencia:**

3. Generalidades Pedagógicas

Con el propósito de difundir los criterios a considerar en la instrumentación de la presente guía entre los docentes y personal académico de planteles y Colegios Estatales, se describen **algunas consideraciones** respecto al desarrollo e intención de las competencias expresadas en los módulos correspondientes a la formación básica, propedéutica y profesional.

Los principios asociados a la **concepción constructivista del aprendizaje** mantienen una estrecha relación con los de la **educación basada en competencias**, la cual se ha concebido en el Colegio como el enfoque idóneo para orientar la formación ocupacional de los futuros profesionales técnicos y profesionales técnicos bachiller. Este enfoque constituye una de las opciones más viables para lograr la vinculación entre la educación y el sector productivo de bienes y servicios.

En los programas de estudio se proponen una serie de contenidos que se considera conveniente abordar para obtener los **Resultados de Aprendizaje establecidos**; sin embargo, se busca que este planteamiento le dé al docente la posibilidad de **desarrollarlos con mayor libertad y creatividad**.

En este sentido, se debe considerar que el papel que juegan el alumno y el docente en el marco del Modelo Académico del Conalep tenga, entre otras, las siguientes características:

El alumno:	***El docente:***
❖ Mejora su capacidad para resolver problemas. ❖ Aprende a trabajar en grupo y comunica sus ideas. ❖ Aprende a buscar información y a procesarla. ❖ Construye su conocimiento. ❖ Adopta una posición crítica y autónoma. ❖ Realiza los procesos de autoevaluación y coevaluación.	❖ Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional ❖ Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo ❖ Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios ❖ Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional ❖ Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo ❖ Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo ❖ Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes ❖ Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional

En esta etapa se requiere una mejor y mayor organización académica que apoye en forma relativa la actividad del alumno, que en este caso es mucho mayor que la del docente; lo que no quiere decir que su labor sea menos importante. **El docente en lugar de transmitir vertical y unidireccionalmente los conocimientos, es un mediador del aprendizaje**, ya que:

- Planea y diseña experiencias y actividades necesarias para la adquisición de las competencias previstas. Asimismo, define los ambientes de aprendizaje, espacios y recursos adecuados para su logro.
- Proporciona oportunidades de aprendizaje a los estudiantes apoyándose en metodologías y estrategias didácticas pertinentes a los Resultados de Aprendizaje.
- Ayuda también al alumno a asumir un rol más comprometido con su propio proceso, invitándole a tomar decisiones.
- Facilita el aprender a pensar, fomentando un nivel más profundo de conocimiento.
- Ayuda en la creación y desarrollo de grupos colaborativos entre los alumnos.
- Guía permanentemente a los alumnos.
- Motiva al alumno a poner en práctica sus ideas, animándole en sus exploraciones y proyectos.

Considerando la importancia de que el docente planee y despliegue con libertad su experiencia y creatividad para el desarrollo de las competencias consideradas en los programas de estudio y especificadas en los Resultados de Aprendizaje, en las competencias de las Unidades de Aprendizaje, así como en la competencia del módulo; **podrá proponer y utilizar todas las estrategias didácticas que considere necesarias** para el logro de estos fines educativos, con la recomendación de que fomente, preferentemente, las estrategias y técnicas didácticas que se describen en este apartado.

Al respecto, entenderemos como estrategias didácticas los planes y actividades orientados a un desempeño exitoso de los resultados de aprendizaje, que incluyen estrategias de enseñanza, estrategias de aprendizaje, métodos y técnicas didácticas, así como, acciones paralelas o alternativas que el docente y los alumnos realizarán para obtener y verificar el logro de la competencia; bajo este tenor, **la autoevaluación debe ser considerada también como una estrategia por excelencia para educar al alumno en la responsabilidad y para que aprenda a valorar, criticar y reflexionar sobre el proceso de enseñanza y su aprendizaje individual**.

Es así como la selección de estas estrategias debe orientarse hacia un enfoque constructivista del conocimiento y estar dirigidas a que **los alumnos observen y estudien su entorno**, con el fin de generar nuevos conocimientos en contextos reales y el desarrollo de las capacidades reflexivas y críticas de los alumnos.

Desde esta perspectiva, a continuación se describen brevemente los tipos de aprendizaje que guiarán el diseño de las estrategias y las técnicas que deberán emplearse para el desarrollo de las mismas:

TIPOS DE APRENDIZAJES.

Significativo

Se fundamenta en una concepción constructivista del aprendizaje, la cual se nutre de diversas concepciones asociadas al cognoscitivismo, como la teoría psicogenética de Jean Piaget, el enfoque sociocultural de Vygotsky y la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

Dicha concepción sostiene que el ser humano tiene la disposición de **aprender verdaderamente sólo aquello a lo que le encuentra sentido** en virtud de que está vinculado con su entorno o con sus conocimientos previos. Con respecto al comportamiento del alumno, se espera que sean capaces de desarrollar aprendizajes significativos, en una amplia gama de situaciones y circunstancias, lo cual equivale a **"aprender a aprender"**, ya que de ello depende la construcción del conocimiento.

Colaborativo.
El aprendizaje colaborativo puede definirse como el conjunto de métodos de instrucción o entrenamiento para uso en grupos, así como de estrategias para propiciar el desarrollo de habilidades mixtas (aprendizaje y desarrollo personal y social). En el aprendizaje colaborativo **cada miembro del grupo es responsable de su propio aprendizaje, así como del de los restantes miembros del grupo** (Johnson, 1993.)

Más que una técnica, el aprendizaje colaborativo es considerado una filosofía de interacción y una forma personal de trabajo, que implica el manejo de aspectos tales como el **respeto a las contribuciones y capacidades individuales de los miembros del grupo** (Maldonado Pérez, 2007). Lo que lo distingue de otro tipo de situaciones grupales, es el desarrollo de la interdependencia positiva entre los alumnos, es decir, de una toma de conciencia de que **sólo es posible lograr las metas individuales de aprendizaje si los demás compañeros del grupo también logran las suyas**.

El aprendizaje colaborativo surge a través de transacciones entre los alumnos, o entre el docente y los alumnos, en un proceso en el cual cambia la responsabilidad del aprendizaje, del docente como experto, al alumno, y asume que el docente es también un sujeto que aprende. Lo más importante en la formación de grupos de trabajo colaborativo es vigilar que los elementos básicos estén claramente estructurados en cada sesión de trabajo. Sólo de esta manera se puede lograr que se produzca, tanto el esfuerzo colaborativo en el grupo, como una estrecha relación entre la colaboración y los resultados (Johnson & F. Johnson, 1997).

Los elementos básicos que deben estar presentes en los grupos de trabajo colaborativo para que éste sea efectivo son:

- la interdependencia positiva.
- la responsabilidad individual.
- la interacción promotora.
- el uso apropiado de destrezas sociales.
- el procesamiento del grupo.

Asimismo, el trabajo colaborativo se caracteriza principalmente por lo siguiente:

- Se desarrolla mediante **acciones de cooperación, responsabilidad, respeto y comunicación**, en forma sistemática, entre los integrantes del grupo y subgrupos.
- Va **más allá que sólo el simple trabajo en equipo** por parte de los alumnos. Básicamente se puede orientar a que los alumnos intercambien información y trabajen en tareas hasta que todos sus miembros las han entendido y terminado, aprendiendo a través de la colaboración.
- Se distingue por el desarrollo de una **interdependencia positiva entre los alumnos**, en donde se tome conciencia de que sólo es posible lograr las metas individuales de aprendizaje si los demás compañeros del grupo también logran las suyas.
- Aunque en esencia esta estrategia promueve la actividad en pequeños grupos de trabajo, se debe cuidar en el planteamiento de las actividades que **cada integrante obtenga una evidencia personal para poder integrarla a su portafolio de evidencias**.

Aprendizaje Basado en Problemas.
Consiste en la presentación de **situaciones reales o simuladas** que requieren la aplicación del conocimiento, en las cuales el **alumno debe analizar la situación y elegir o construir una o varias alternativas para su solución** (Díaz Barriga Arceo, 2003). Es importante aplicar esta estrategia ya que **las competencias se adquieren en el proceso de solución de problemas** y en este sentido, el alumno aprende a solucionarlos cuando se enfrenta a

problemas de su vida cotidiana, a problemas vinculados con sus vivencias dentro del Colegio o con la profesión. Asimismo, el alumno se apropia de los conocimientos, habilidades y normas de comportamiento que le permiten la aplicación creativa a nuevas situaciones sociales, profesionales o de aprendizaje, por lo que:

- Se puede trabajar en forma individual o de grupos pequeños de alumnos que se reúnen a analizar y a resolver un problema seleccionado o diseñado especialmente para el logro de ciertos resultados de aprendizaje.
- Se debe presentar primero el problema, se identifican las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria y finalmente se regresa al problema con una solución o se identifican problemas nuevos y se repite el ciclo.
- Los problemas deben estar diseñados para motivar la búsqueda independiente de la información a través de todos los medios disponibles para el alumno y además generar discusión o controversia en el grupo.
- El mismo diseño del problema debe estimular que los alumnos utilicen los aprendizajes previamente adquiridos.
- El diseño del problema debe comprometer el interés de los alumnos para examinar de manera profunda los conceptos y objetivos que se quieren aprender.
- El problema debe estar en relación con los objetivos del programa de estudio y con problemas o situaciones de la vida diaria para que los alumnos encuentren mayor sentido en el trabajo que realizan.
- Los problemas deben llevar a los alumnos a tomar decisiones o hacer juicios basados en hechos, información lógica y fundamentada, y obligarlos a justificar sus decisiones y razonamientos.
- Se debe centrar en el alumno y no en el docente.

TÉCNICAS

Método de proyectos.

Es una técnica didáctica que incluye actividades que pueden requerir que los alumnos **investiguen, construyan y analicen información** que coincida con los objetivos específicos de una tarea determinada en la que se **organizan actividades desde una perspectiva experiencial**, donde el alumno aprende a través de la práctica personal, activa y directa con el propósito de aclarar, reforzar y construir aprendizajes (Intel Educación).

Para definir proyectos efectivos se debe considerar principalmente que:

- Los alumnos son el centro del proceso de aprendizaje.
- Los proyectos se enfocan en resultados de aprendizaje acordes con los programas de estudio.
- Las preguntas orientadoras conducen la ejecución de los proyectos.
- Los proyectos involucran múltiples tipos de evaluaciones continuas.
- El proyecto tiene conexiones con el mundo real.
- Los alumnos demuestran conocimiento a través de un producto o desempeño.
- La tecnología apoya y mejora el aprendizaje de los alumnos.
- Las destrezas de pensamiento son integrales al proyecto.

Para el presente módulo se hacen las siguientes recomendaciones:

- Integrar varios módulos mediante el método de proyectos, lo cual es ideal para desarrollar un trabajo colaborativo.
- En el planteamiento del proyecto, cuidar los siguientes aspectos:

- ✓ Establecer el alcance y la complejidad.
- ✓ Determinar las metas.
- ✓ Definir la duración.
- ✓ Determinar los recursos y apoyos.
- ✓ Establecer preguntas guía. Las preguntas guía conducen a los alumnos hacia el logro de los objetivos del proyecto. La cantidad de preguntas guía es proporcional a la complejidad del proyecto.
- ✓ Calendarizar y organizar las actividades y productos preliminares y definitivos necesarias para dar cumplimiento al proyecto.

- Las actividades deben ayudar a responsabilizar a los alumnos de su propio aprendizaje y a **aplicar competencias adquiridas** en el salón de clase **en proyectos reales**, cuyo planteamiento se basa en un problema real e **involucra distintas áreas**.
- El proyecto debe implicar que los alumnos **participen en un proceso de investigación**, en el que **utilicen diferentes estrategias de estudio**; puedan participar en el proceso de planificación del propio aprendizaje y les ayude a ser flexibles, reconocer al "otro" y comprender su propio entorno personal y cultural. Así entonces se debe favorecer el desarrollo de **estrategias de indagación, interpretación y presentación del proceso seguido**.
- De acuerdo a algunos teóricos, mediante el método de proyectos los alumnos buscan soluciones a problemas no convencionales, cuando llevan a la práctica el hacer y depurar preguntas, debatir ideas, hacer predicciones, diseñar planes y/o experimentos, recolectar y analizar datos, establecer conclusiones, comunicar sus ideas y descubrimientos a otros, hacer nuevas preguntas, crear artefactos o propuestas muy concretas de orden social, científico, ambiental, etc.
- En la gran mayoría de los casos los proyectos se llevan a cabo **fuera del salón de clase** y, dependiendo de la orientación del proyecto, en muchos de los casos pueden **interactuar con sus comunidades** o permitirle un **contacto directo con las fuentes de información** necesarias para el planteamiento de su trabajo. Estas experiencias en las que se ven involucrados hacen que aprendan a manejar y usar los recursos de los que disponen como el tiempo y los materiales.
- Como medio de evaluación se recomienda que todos los proyectos tengan **una o más presentaciones del avance para evaluar resultados** relacionados con el proyecto.
- Para conocer acerca del progreso de un proyecto se puede:
  - ✓ Pedir reportes del progreso.
  - ✓ Presentaciones de avance,
  - ✓ Monitorear el trabajo individual o en grupos.
  - ✓ Solicitar una bitácora en relación con cada proyecto.
  - ✓ Calendarizar sesiones semanales de reflexión sobre avances en función de la revisión del plan de proyecto.

Estudio de casos.

El estudio de casos es una técnica de enseñanza en la que los alumnos **aprenden sobre la base de experiencias y situaciones de la vida real**, y se permiten así, construir su propio aprendizaje en un contexto que los aproxima a su entorno. Esta técnica se basa en la participación activa y en procesos colaborativos y democráticos de discusión de la situación reflejada en el caso, por lo que:

- Se deben representar situaciones problemáticas diversas de la vida para que se estudien y analicen.
- Se pretende que los alumnos generen soluciones válidas para los posibles problemas de carácter complejo que se presenten en la realidad futura.

- Se deben proponer datos concretos para reflexionar, analizar y discutir en grupo y encontrar posibles alternativas para la solución del problema planteado. Guiar al alumno en la generación de alternativas de solución, le permite desarrollar la habilidad creativa, la capacidad de innovación y representa un recurso para conectar la teoría a la práctica real.
- Debe permitir reflexionar y contrastar las propias conclusiones con las de otros, aceptarlas y expresar sugerencias.

El estudio de casos es pertinente usarlo cuando se pretende:

- Analizar un problema.
- Determinar un método de análisis.
- Adquirir agilidad en determinar alternativas o cursos de acción.
- Tomar decisiones.

Algunos teóricos plantean las siguientes fases para el estudio de un caso:

- **Fase preliminar:** Presentación del caso a los participantes
- **Fase de eclosión:** "Explosión" de opiniones, impresiones, juicios, posibles alternativas, etc., por parte de los participantes.
- **Fase de análisis:** En esta fase es preciso llegar hasta la determinación de aquellos hechos que son significativos. Se concluye esta fase cuando se ha conseguido una síntesis aceptada por todos los miembros del grupo.
- **Fase de conceptualización:** Es la formulación de conceptos o de principios concretos de acción, aplicables en el caso actual y que permiten ser utilizados o transferidos en una situación parecida.

Interrogación.

Consiste en llevar a los alumnos a la **discusión y al análisis de situaciones o información**, con base en preguntas planteadas y formuladas por el docente o por los mismos alumnos, con el fin de explorar las capacidades del pensamiento al activar sus procesos cognitivos; se recomienda **integrar esta técnica de manera sistemática y continua** a las anteriormente descritas y al abordar cualquier tema del programa de estudio.

Participativo-vivenciales.

Son un conjunto de elementos didácticos, sobre todo los que exigen un grado considerable de **involucramiento y participación de todos los miembros del grupo** y que sólo tienen como límite el grado de imaginación y creatividad del facilitador.

Los ejercicios vivenciales son una alternativa para llevar a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje, no sólo porque facilitan la transmisión de conocimientos, sino porque además permiten **identificar y fomentar aspectos de liderazgo, motivación, interacción y comunicación del grupo**, etc., los cuales son de vital importancia para la organización, desarrollo y control de un grupo de aprendizaje.

Los ejercicios vivenciales resultan ser una situación planeada y estructurada de tal manera que representan una experiencia muy atractiva, divertida y hasta emocionante. El juego significa apartarse, salirse de lo rutinario y monótono, para asumir un papel o personaje a través del cual el individuo pueda manifestar lo que verdaderamente es o quisiera ser sin temor a la crítica, al rechazo o al ridículo.
El desarrollo de estas experiencias se encuentra determinado por los conocimientos, habilidades y actitudes que el grupo requiera revisar o analizar y por sus propias vivencias y necesidades personales.

4. Enfoque del Módulo

Análisis integral de funciones es un módulo cuya organización curricular se encuentra dividida en dos unidades programáticas que se enfocan a la adquisición de competencias necesarias para llevar a cabo la determinación del área bajo una curva y volúmenes de sólidos de revolución. En la primera unidad se determinan magnitudes físicas empleando diferentes técnicas de integración y calcula el área en un intervalo cerrado en la gráfica de una función determinando el tamaño de una región bidimensional. En la segunda unidad determina el tamaño de una región acotada que se encuentra entre gráficas de funciones, a partir de las ecuaciones que la representan y calcula el volumen de sólidos de revolución aplicando diferentes métodos que permitan determinar el tamaño de la región tridimensional.

Con la finalidad de lograr la adquisición de las competencias de este módulo, los tipos de aprendizaje a través de los cuales se abordará su contenido son tanto de carácter cognitivo, ya que es imprescindible para la formación del alumno el conocimiento e interpretación de los conceptos asociados con el cálculo integral, ejemplo cuando se abordan contenidos relacionados con las antiderivadas, la integral indefinida, cálculo de áreas y volúmenes; y actitudinal cuando se fomenta y desarrolla en el alumno un conjunto de criterios éticos enfocados a la adquisición de habilidades y actitudes de honestidad e integridad profesional necesarias para desempeñarse en su ámbito laboral.

Desde una óptica amplia, este módulo pretende promover la comprensión reflexiva e interpretación, más que el mero conocimiento o aplicación memorística de fórmulas, denominaciones y procedimientos del cálculo integral, lo cual llevará, a su vez al estudiante, a la adquisición de habilidades y destrezas necesarias para la resolución de problemas en los diferentes campos de aplicación. Por otra parte, se pretende también desarrollar instrumentos que logren el aprendizaje de manejar las integrales definidas e indefinidas y cálculo de áreas y volúmenes de sólidos de revolución, para la interpretación de modelos matemáticos en el campo de la ingeniería, economía, bilogía y problemas cotidianos, basándose en relaciones de confianza e integridad profesional que deberán fomentarse por el docente a través del desarrollo de diversas estrategias didácticas como las que se presentan en esta guía.

El enfoque del módulo de **Análisis integral de funciones** torna necesaria, para el desarrollo de lo que se menciona en el párrafo anterior, la sugerencia de que el docente considere como punto de partida lo que el alumno ya conoce o ha experimentado sobre la materia, considerando que el cálculo integral difícilmente dejan fuera a alguien en esta sociedad moderna y globalizada a la que pertenecemos, y recurra a dichos conocimientos previos, a fin de que motiven a su alumno a adquirir nuevas nociones y experiencias que integre de forma significativa a las estructuras que ya posee, ya sea a través de lo que él mismo descubra o infiera, o a través del análisis y reconstrucción de los planteamientos docentes. En lo que se refiere al aprendizaje de procedimientos, este implica la consecución del propósito del módulo a través de acciones secuenciadas que lleven gradualmente al alumno al desarrollo de sus actividades, primeramente académicas y posteriormente profesionales, de manera segura, consciente y responsable.

Es importante subrayar asimismo que, además de los aprendizajes cognitivo y procedimental también conocidos como “saber saber” y “saber hacer” respectivamente, el docente deberá fortalecer el aprendizaje actitudinal el denominado “saber ser”. Para ello se le sugiere estar permanentemente consciente del desarrollo explícito de competencias transversales como son las cívicas y éticas, a través de la enseñanza de valores y actitudes que fomenten el ejercicio honesto de la profesión; científicas que desarrollen una actitud de búsqueda de nuevas soluciones a viejos y nuevos problemas a partir de la observación sistemática y objetiva del entorno; matemáticas a través del constante empleo del pensamiento lógico; tecnológicas que lo lleven al desempeño eficiente, autónomo y flexible de las herramientas informáticas existentes para el desarrollo del Análisis derivativo de funciones.

Resulta necesario resaltar, ya para concluir la explicación sobre el enfoque se está dando a este módulo de **Análisis integral de funciones**, la importancia que tiene el fomento de la atención personalizada por parte del docente hacia cada uno de sus alumnos con miras a optimizar sus procesos individuales de aprendizaje, y a potencializar sus capacidades críticas y creativas al ritmo y posibilidades de cada persona; tanto como el desarrollo de aquellas modalidades grupales cooperativas o colaborativas basadas en la creación de relaciones de sinergia y cohesión grupal que se fundan, a su vez, en el intercambio de información y en el logro de procesos de relación interpersonal y de comunicación que aporten mejoras a los interlocutores que intervienen en ellos.

5. Orientaciones didácticas y estrategias de aprendizaje por unidad

Unidad I	**Determinación de la integral indefinida**
Orientaciones Didácticas	

Brindar una formación de calidad y con equidad en donde se promueva la **participación plena de los sujetos** en el mundo del trabajo, el estudio y la convivencia acompañando sus procesos de reconocimiento y adquisición de saberes y habilidades, procurando **remover inequidades** que se originan en visiones estereotipadas sobre el papel que juegan las distintas personas según su sexo, origen, situación social, conocimientos, etc.

En esta primera unidad, el primer resultado de aprendizaje correspondiente a la determinación de la integral indefinida, se encuentra orientada a calcular antiderivadas e integrales indefinidas, de modo que se utilicen fórmulas o reglas para la determinación de integrales indefinidas para funciones algebraicas, trigonométricas, logarítmicas y exponenciales. De manera que en el cálculo de integrales en el segundo resultado de la unidad de aprendizaje podemos aplicar técnicas como: el cambio de variable o sustitución, integración por partes, fracciones parciales, solución por tablas y métodos trigonométricos. Las integrales indefinidas de funciones sustentan diversas aplicaciones del cálculo. Ello se realiza con el fin de que el alumno esté en posibilidades de Interpretar geométricamente la integral indefinida como una antiderivada de una función, aplicando métodos y fórmulas para su obtención. El desarrollo de esta unidad proporcionará al alumno elementos básicos que le permitan tener continuidad de cursos anteriores como Análisis diferencial de funciones y desarrollar a fondo en temas avanzados, actividades en cursos subsecuentes y, por eso se propone que el docente lleve a cabo lo siguiente:

- Precisa los contenidos y propósitos de esta unidad renovando la motivación con que cuenta el alumno para realizarlos en conjunto con los de todo el módulo
- Analiza con sus alumnos, las implicaciones y alcances del programa del módulo, a través de las técnicas de dinámica grupal de encuadre, con el fin de precisar aquellas formas de trabajar, responsabilidades y compromisos de los integrantes del grupo que dirijan al logro tanto del propósito del módulo, como de los objetivos generales de la carrera.
- Organiza sistemáticamente la información que se ha de manejar y procesar para su aprendizaje. Efectuando explícitamente la vinculación de esta unidad tanto con la que la precede en cursos anteriores, como con la que la sigue a fin de que el alumno valore su importancia académica y curricular.
- Promueve la elaboración de ejercicios relacionados con el manejo de integrales indefinidas aplicando teoremas, fórmulas y métodos de integración, el cálculo de áreas y la solución de modelos matemáticos en problemas diversos de diferentes campos de la ciencia, con el desarrollo general de los contenidos de la unidad, tanto de forma individual como en grupo, favoreciendo su análisis, co-evaluación y retroalimentación grupal en ambos casos.
- Subraya la importancia que tiene la presencia del alumno en cada clase, su participación para el enriquecimiento del aprendizaje de todo el grupo y la asignación de tareas y actividades intra y extramuros, con el fin de incentivar en él su cumplimiento voluntario y oportuno.

- El primer resultado de aprendizaje fortalece la reflexión y el razonamiento como elementos precedentes a la aplicación de cualquier fórmula del cálculo de integrales indefinidas de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales.
- Promueve una dinámica grupal colaborativa y cooperativa a través de la realización de las técnicas didácticas y de aprendizaje correspondientes, durante el transcurso de cada sesión para favorecer un clima que fomente el intercambio constructivo de ideas
- Facilita el proceso de homogeneización de las capacidades lógico-matemáticas del grupo con la finalidad de que sus alumnos logren identificar las propiedades generales en el cálculo de integrales indefinidas para el desarrollo de esta unidad.
- Efectúa el cierre de ciclos de aprendizaje no solamente al concluir cada tema o subtema, sino de cada sesión de clase, con la finalidad de lograr un proceso lógico de enseñanza-aprendizaje, en el que el alumno pueda apreciar tanto sus logros cotidianos y la importancia de su esfuerzo y constancia, como la importancia de la afirmación de sus capacidades para dar paso a la adquisición de nuevas competencias.
- El segundo resultado de aprendizaje está directamente relacionado con el anterior, por lo que resulta indispensable fortalecer en el alumno los métodos y técnicas para el cálculo de integrales de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales.
- Este resultado de aprendizaje, se encuentra estrechamente vinculado con el anterior, y para lograrlo se sugiere que el docente recupere los conceptos construidos conjuntamente con sus alumnos en lo que se refiere al cálculo de integrales de funciones, de forma tal que plantee a sus alumnos problemas relacionados con las integrales indefinidas de funciones, recurriendo a ejercicios que se integran en esta guía pedagógica y de evaluación.

Se sugiere promover las siguientes competencias genéricas:

- Expresa ideas y conceptos mediante representaciones matemáticas y gráficas.
- Maneja las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye a la solución de problemas.
- Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.
- Propone maneras de solucionar un problema.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Realizar el ejercicio número 1: "Diferenciales de una función, aproximaciones y estimación de errores" • Analizar el concepto de diferencial en diferentes situaciones, a partir de información obtenida por internet o bibliografía, en equipo. • Representar gráficamente la diferencial de una función, a partir de la definición. • Realizar una investigación bibliográfica o en internet acerca de las reglas de diferenciación. • Resolver ejercicios de diferenciación utilizando las reglas. • Resolver problemas de diferencial de una función aplicando las reglas. • Aplicar las diferenciales para encontrar aproximaciones en el error en problemas geométricos. • Realizar el ejercicio número 2: "Integrales indefinidas a partir de la función y valores a la frontera dados en situaciones contextuales". • Realizar una investigación bibliográfica o en Internet acerca del concepto de antiderivada de una función. • Obtener la familia de antiderivadas de una función a partir de la regla de antiderivación para potencias. • Resolver ejercicios de antiderivadas de una función a partir de la regla de potencias. • Obtener antiderivadas específicas a partir de valores a la frontera dados. • Aplicar antiderivadas en situaciones contextuales, determinando distancias, velocidades, aceleraciones y costos de producción. • Realizar una investigación bibliográfica acerca de la definición de integral indefinida, exponiendo la definición ante el grupo. • Realizar el ejercicio número 3: "Integrales indefinidas a partir de la función y valores a la frontera dados en situaciones contextuales". • **Realizar la actividad de evaluación 1.1.1** • Realizar el ejercicio número 4: "Integración de funciones algebraicas, aplicando el método de cambio de variable" • Resolver problemas de integrales indefinidas a partir de la función y valores a la frontera dados en situaciones contextuales. • Realizar el ejercicio número 5: "Integración de funciones trigonométricas y trascendentales, aplicando el método de cambio de variable" • Realizar el ejercicio número 6: "Integración de funciones trigonométricas inversas, aplicando el método de cambio de variable" • Resolver ejercicios de integrales para funciones trigonométricas aplicando el método de cambio de variable, utilizando la tabla de integrales para las funciones: senx, cosx, $\sec^2 x$, secxtanx, cscxcotx, $\csc^2 x$, secx, cscx y tanx.	• Purcell, Edwin J., Varberg, Dale, Rigdon, Steven E. Cálculo diferencial e integral. México, Editorial Pearson Educación, 2007 • INITE Cálculo integral Ediciones Instituto Internacional de Investigación de Tecnología Educativa S. C. , Edición México, 2010. • **http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Problemas/54-1-p-Integral.html** • **http://www.hiru.com/es/matematika/matematika_04800.html** • **http://www.fca.unl.edu.ar/Intdef/Metodos.htm** • **http://www.dma.fi.upm.es/java/calculo/integracion/** • **http://notascalculointegral.blogspot.com/**

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Resolver problemas de integrales para funciones trigonométricas aplicando el método de cambio de variable, utilizando la tabla de integrales para las funciones: senx, cosx, sec^2x, secxtanx, cscxcotx, csc^2x, secx, cscx y tanx. • Realizar una investigación bibliográfica o en internet acerca de la gráfica y propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas. • Resolver ejercicios de integración de funciones exponenciales y logarítmicas, aplicando el método de cambio de variable y tablas integrales para su solución. • Resolver ejercicios de integración de funciones trigonométricas inversas, aplicando el método de cambio de variable y tablas integrales para su solución. • Realizar el ejercicio número 7: “Integración de funciones, aplicando el método de integración por partes” • Calcular integrales de funciones aplicando el método de integración por partes. • Resolver problemas de integración de funciones utilizando la fórmula de integración por partes. • Realizar el ejercicio número 8: “Integrales de funciones algebraicas, aplicando el método de fracciones parciales” • Calcular integrales de funciones algebraicas, aplicando el método de fracciones parciales, que contengan factores lineales distintos, lineales repetidos, cuadráticos distintos y repetidos. • Realizar el ejercicio número 9: “Integración de potencias de funciones trigonométricas, aplicando identidades” • Calcular integrales por el método de integración de potencias de funciones trigonométricas y la aplicación de identidades, para los integrandos: sen^nx, cos^nx, sen^mxcos^nx, tan^mxsec^nx. • Realizar el ejercicio número 10: “integrales de funciones algebraicas que contienen en su integrando radicales, aplicando el método de sustitución trigonométrica” • Resolver ejercicios de integrales de funciones algebraicas que contienen en su integrando radicales de la forma: $\sqrt{\mathbf{a^2-x^2}}, \sqrt{\mathbf{a^2+x^2}}$ **y** $\sqrt{\mathbf{x^2-a^2}}$ aplicando el método de sustitución trigonométrica. • Realizar el ejercicio número 11: “Integrales de funciones algebraicas que contienen expresiones cuadráticas” • Realizar el ejercicio número 12: “integrales de funciones algebraicas y trigonométricas, aplicando sustituciones diversas” • **Realizar la actividad de evaluación 1.2.1** • Realizar el ejercicio número 13: “ecuaciones diferenciales” • **Realizar la actividad de coevaluación considerando el material incluido en el apartado 9 “Materiales para el desarrollo de actividades de evaluación”**	

Unidad II	**Determinación de la integral definida**
Orientaciones Didácticas	

La unidad correspondiente a la Determinación de la integral definida está orientada al cálculo del tamaño de regiones acotadas que se encuentran entre gráficas de funciones a partir de las ecuaciones que las representan y el cálculo de volúmenes de sólidos de revolución aplicando diferentes métodos que permita determinar la medida de la región tridimensional. Se identifican los elementos básicos en cálculo de áreas de regiones acotadas y volúmenes por sólidos de revolución. Ello se realiza con el fin de que el alumno esté en posibilidades de determinar e Interpretar modelos matemáticos, mediante el cálculo de áreas y volúmenes generados por revolución. Se propone que el docente lleve a cabo lo siguiente:

- Analiza con sus alumnos, las implicaciones y alcances del programa del módulo, a través de las técnicas de dinámica grupal de encuadre, con el fin de precisar aquellas formas de trabajar, responsabilidades y compromisos de los integrantes del grupo que dirijan al logro tanto del propósito del módulo, como de los objetivos generales de la carrera.
- Promueve una dinámica grupal colaborativa y cooperativa a través de la realización de las técnicas didácticas y de aprendizaje correspondientes, durante el transcurso de cada sesión para favorecer un clima que fomente el intercambio constructivo de ideas.
- El primer resultado de aprendizaje de esta unidad demuestra el teorema fundamental del cálculo para evaluar integrales definidas aplicando propiedades y métodos diversos, algunos de estos que se verán son : integrales definidas directas, por cambio de variable, por partes, fracciones parciales y tablas de integración
- Efectúa el cierre de ciclos de aprendizaje no solamente al concluir cada tema o subtema, sino de cada sesión de clase, con la finalidad de lograr un proceso lógico de enseñanza-aprendizaje, en el que el alumno pueda apreciar tanto sus logros cotidianos y la importancia de su esfuerzo y constancia, como la importancia de la afirmación de sus capacidades para dar paso a la adquisición de nuevas competencias.
- Para lograr el segundo resultado de aprendizaje relacionado con el cálculo de áreas mediante integrales definidas mediante métodos de integración, se sugiere al docente retomar y fortalecer las competencias transversales mencionadas para el caso del resultado de aprendizaje anterior, en el sentido de facilitar que sus alumnos empleen el pensamiento lógico para determinar las características que tipifican a una función y comprender la importancia , con la finalidad de explotarlo de manera más eficaz aplicándolo en función de los requerimientos propios y del usuario potencial de sus servicios profesionales
- Este resultado de aprendizaje, se encuentra estrechamente vinculado con el anterior, y para lograrlo se sugiere que el docente recupere los conceptos construidos conjuntamente con sus alumnos.
- Un importante auxiliar para el logro de aprendizajes significativos en este sentido, es transferir el mero concepto construido a sus aplicaciones prácticas en el entorno, presente en la comunidad del alumno, es decir, fomentar la observación del comportamiento de la gráfica de una función y la forma como se puede determinar su área y a partir de este concepto, la determinación de volúmenes de revolución en problemas de la vida cotidiana.
- Caracteriza la información como regiones de figuras planas, sólidos de revolución, identificando la importancia de sus aportaciones para la determinación de áreas entre curvas y volúmenes de sólidos, aplicado a problemas de trabajo y energía, dentro de una sociedad globalizada y cada vez más competitiva.
- Facilita el proceso de homogeneización de las capacidades lógico-matemáticas del grupo con la finalidad de que sus alumnos logren identificar los métodos y técnicas para el cálculo de áreas, y volúmenes de regiones determinadas a partir de funciones.

- Fomenta el empleo del pensamiento lógico y espacial para representar modelos y construcciones que permitan identificar y comprender las áreas, y volúmenes en problemas, a partir de una muestra en la vida cotidiana de la comunidad.
- Subraya la importancia que tiene la presencia del alumno en cada clase, su participación para el enriquecimiento del aprendizaje de todo el grupo y la asignación de tareas y actividades intra y extramuros, con el fin de incentivar en él su cumplimiento voluntario y oportuno. Fortalece la reflexión y el razonamiento como elementos precedentes a la aplicación de cualquier fórmula o teorema para el cálculo de áreas entre curvas. y volúmenes generados por revolución.
- Se sugiere al docente en relación con el logro de este segundo resultado de aprendizaje, que proceda mediante la secuencia presentación demostración- problematización, de forma tal que plantee a sus alumnos problemas relacionados con los diferentes campos de aplicación, la física, la economía, la biología etc. y plantear herramientas para su determinación y manejo recurriendo a ejercicios y prácticas como los que se integran en esta guía pedagógica y de evaluación.

Se sugiere promover las siguientes competencias genéricas:

- Expresa ideas y conceptos mediante representaciones matemáticas y gráficas.
- Maneja las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye a la solución de problemas.
- Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.

Propone maneras de solucionar un problema

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Realizar el ejercicio número 14: “integrales definidas aplicando las propiedades y el teorema fundamental de cálculo integral” • Realizar una investigación bibliográfica acerca de la definición de integral definida y el teorema fundamental del cálculo, exponiendo las definiciones ante el grupo. • Investigar y elaborar un listado en equipo y presentarlo ante sus compañeros de los teoremas para la integral definida. • Realizar el ejercicio número 15: “integrales definidas aplicando las propiedades y el teorema fundamental de cálculo” • Utilizar el teorema fundamental del cálculo para evaluar integrales definidas. • Realizar el ejercicio número 16: “integrales definidas de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales, aplicando el método de cambio de variable” • Calcular el valor promedio de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales en intervalos dados. • Resolver ejercicios de integrales definidas de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales, aplicando el método de cambio de variable. • **Realizar la actividad de evaluación 2.1.1** • Realizar el ejercicio número 17: **“**determinación del área comprendida entre gráficas de funciones” • Determinar el área de la región comprendida entre la gráfica de dos funciones sobre el eje de las x, aplicando la fórmula para su solución. • Dibujar el área comprendida entre la gráfica de dos funciones, a partir de sus ecuaciones. • Determinar el área de la región comprendida entre la gráfica de tres funciones sobre el eje de las y, aplicando la fórmula para su solución. • Dibujar el área comprendida entre la gráfica de tres funciones, a partir de sus ecuaciones. • Dibujar las gráficas que determinan el área de la región, usando calculadora o programas de cómputo como Mathematica • Realizar el ejercicio número 18: “cálculo de volúmenes de sólidos de revolución a partir de la función dada” • Calcular el volumen del sólido generado al girar la región bajo la gráfica de una función entre límites, alrededor del eje x, usando la fórmula de solución: $v = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$. • Calcular el volumen del sólido resultante de la región acotada por el eje y la función dada, al gira alrededor del eje y, usando la fórmula de solución. • Calcular el volumen del sólido resultante, acotada por las gráficas de funciones, alrededor del eje x, aplicando el método de las arandelas $V = \int_a^b \pi\{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\}dx$. • Calcular el volumen del sólido resultante, acotada por las gráficas de funciones, alrededor	• Purcell, Edwin J., Varberg, Dale, Rigdon, Steven E. Cálculo diferencial e integral. México, Editorial Pearson Educación, 2007 • INITE Cálculo integral Ediciones Instituto Internacional de Investigación de Tecnología Educativa S. C. Edición México, 2010. • http://www.mat.uson.mx/~jldiaz/Documents/Derivadas/FTRazon.pdf • http://actividadesinfor.webcindario.com/derivadasaplicaciones.htm • http://carmesimatematic.webcindario.com/optimacion.htm#_top • http://canek.uam.mx/Calculo1/SCalculo1.htm • http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo2/soldifer/soldiferHTML/diferencial.htm • http://www.dervor.com/derivadas/maximos_mimimos.html • http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/aplicaciones_derivada/max_min_2.htm

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
del eje y, aplicando el método de las arandelas $V = \int_c^d \pi\{[f(y)]^2 - [g(y)]^2\}dy$ • Realizar el ejercicio número 19: “cálculo de volúmenes en la aplicación del trabajo y la ley de Hooke” • Realizar una investigación bibliográfica o en internet y escribir en un cuadro la definición de trabajo, la ley de Hooke y sus aplicaciones, exponiendo ante el grupo. • Calcular el trabajo realizado al estirar un resorte aplicando integrales definidas. • Determinar el trabajo realizado al bombear el agua para que salga por la parte de arriba de un tanque aplicando cálculo de volúmenes. • Realizar la actividad de evaluación 2.2.1 • Realizar la actividad de coevaluación considerando el material incluido en el apartado 9 “Materiales para el desarrollo de actividades de evaluación”	

6. Prácticas/Ejercicios /Problemas/Actividades

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.1** Cálculo de anti derivadas mediante fórmulas inmediatas de integración.
Ejercicio número. 1	Diferenciales de una función, aproximaciones y estimación de errores

LA DIFERENCIAL DE UNA FUNCIÓN.

Ejercicio 1. Determina la diferencial dy de la función $y = x^2 + 7x + 5$

CONSIDERACIONES:

- Deriva la función aplicando las fórmulas correspondientes para cada término
- Aplica la fórmula $dy = f(x)'dx$

APROXIMACIONES.

Ejercicio 2. Sea $y = x^4 - 3x^2$+ 5x+2. Encuentra a) dy; b) el valor de dy para x=2 y $\Delta x = -0.1$

CONSIDERACIONES:

- Calcula la diferencial de área dy=y'dx
- Sustituye el valor de y´
- Sustituye el valor de x=2 y dy=Δx

Ejercicio 3. Utiliza diferenciales para aproximar el aumento de la superficie del área de un globo esférico, cuando su radio aumenta de 3.5 a 3.503 cm.

CONSIDERACIONES:

- Aplica la fórmula de la superficie de la esfera $A = 4\pi r^2$
- Calcula la diferencial de área dA=A'dr
- Sustituye el valor de r y la diferencial del radio dr=3.503-3.5

ESTIMACIÓN DE ERRORES

Ejercicio 4. En la línea de producción de una fábrica se mide el radio de una pieza esférica de acero que debe de medir 0.5 pulgadas, con un posible error de medición de $\pm$ 0.01 pulgada. Encuentra el volumen de la pieza y una estimación del error en el volumen.

CONSIDERACIONES:

- Aplica la fórmula para el volumen de una esfera $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Calcula la diferencial de volumen
- Sustituye el valor de de r = 0.5 pulgadas y dr = 0.01 pulgadas para determinar el error de volumen.
- Calcula el volumen utilizando su fórmula y el valor del radio.

LA DIFERENCIAL DE UNA FUNCIÓN.

Problema 1. Resuelva los siguientes problemas utilizando diferenciales para su solución. Encuentra el diferencial "dy". Para la función en cada caso.

a) $y = -4x^2 + 2x - 3$

b) $y = \dfrac{(x+3)}{(x^2-9)}$

c) $y = 9x^4 + \sqrt{4x}$

d) $y = \sqrt{x^2 + 4x + 2}$

e) $y = \sqrt[4]{x^3} + \dfrac{6}{x^3}$

f) $y = \dfrac{1}{(x-1)^2}$

g) $y = (x+3)^3$

h) $s(x) = \tan 2x$

j) $y = (9x^2 + 6)^4$

j) $t(x) = \log_{10} x$

k) $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x^2} + 6x - 2$

l) $y = (x+2)^{2/3}$

Problema 2. Resuelve los siguientes problemas usando diferenciales:

a) Se midió el lado de un cuadrado y se encontró que es de 5 cm., con un posible error de medición de $\pm$0.01 cm. Usa diferenciales para encontrar una aproximación en el error del área del cuadrado.

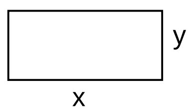
b) Usa diferenciales para aproximar el aumento en el volumen de un cubo si sus lados aumentan de 7 cm. a 7.2 cm.

c) Un cliente de un fabricante de latas cilíndricas que miden 10 cm. de largo y 4 cm. de radio está pidiendo aumentar el radio en 0.5 cm. Usando diferenciales encuentra una aproximación para el aumento del volumen de la lata

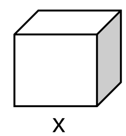
d) Un domo esférico tiene un radio de 110 metros con un error de medición de ± 2 cm., usando diferenciales encuentra el error en el área superficial del domo. (Para este problema necesitas el área superficial de la semi-esfera).
e) Se construyó una alberca de 25 metros de largo por 10 metros de ancho y 1.6 metros de profundidad, si en la construcción se cometió un error y la alberca mide 10.5 metros de ancho. Usando diferenciales encuentra el aumento en el volumen de la alberca. ¿Cuántos litros adicionales de agua serán necesarios para llenarla?
f) Utiliza diferenciales para estimar la cantidad de pintura que se requiere utilizar para pintar un cuarto cuadrado que mide 3 metros de cada lado. Se desea aplicar una capa de pintura con un espesor de 0.02 cm. en las paredes, piso y techo. ¿Cuántos litros de pintura se requieren?
g) Una pieza esférica debe de medir 4 cm. de radio con un error máximo de ± 0.1 mm. Aproxima el error aproximado en el volumen.
h) Un tanque cilíndrico de 5 m. de altura y 3 m. de diámetro, está lleno de agua hasta una profundidad de 4.5 m. Por accidente cae una piedra que tiene un volumen de 0.8 m^3. ¿Se derramará el agua del tanque?
i) Un fabricante produce latas cilíndricas de aluminio de 5 cm. de altura y 2 cm. de radio. Si al fabricar un pedido se comete un error y las latas tienen 5.05 cm. de altura. Calcula el error en el volumen de la lata.

Problema 3 En cada uno de las siguientes figuras dibuja los diferenciales que se te piden:

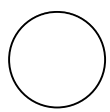
a) dx, dy y dA



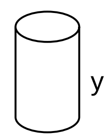
c) dx y dV



b) dr



d) dh, dr y dV



Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.1** Cálculo de anti derivadas mediante fórmulas inmediatas de integración.
Ejercicio número. 2	Integrales indefinidas a partir de la función y valores a la frontera dados en situaciones contextuales.

ANTIDERIVADAS

Ejercicio 1: Encuentra la antiderivada más general para la función: f(x)= $3\sqrt[3]{x^2}$
CONSIDERACIONES:

- Expresa la función como f(x)= $3x^{2/3}$
- Toma como a=3 y n=2/3
- Aplica la regla de antiderivación para las potencias $F(x) = \frac{a}{n+1}x^{n+1} + c$

Ejercicio 2: Encuentra la antiderivada más general para la función: $f(x) = 3x^4 - x + 4 + \frac{5}{x^3}$
CONSIDERACIONES:

- Aplica la regla de antiderivación para las potencias para cada termino $F(x) = \frac{a}{n+1}x^{n+1} + c$
- La suma de las constantes es igual a una sola constante.

Ejercicio 3. Resuelva la ecuación diferencial $f'(x) = 6x^2 - x + 5$ con el valor de frontera $f(0) = 2$.
CONSIDERACIONES:

- Aplica la regla de antiderivación para las potencias $F(x) = \frac{a}{n+1}x^{n+1} + c$ para determinar f(x)
- Sustituye los valores a la frontera dados para x=0 y f(x)=2 y despeja el valor de la constante C.
- Sustituye el valor de C en la función f(x), determinando la solución f de la ecuación diferencial.

LA INTEGRAL INDEFINIDA

Ejercicio 4. Calcula la integral indefinida $\int(3x^2 + 4x)dx$
CONSIDERACIONES:

- Separa integrales aplicando el teorema: $\int[f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
- Aplica el teorema $\int c\, f(x)dx = c\int f(x)dx$ para cada termino

- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int ax^n\ dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1}\ + c$ para cada término

Ejercicio 5. Calcula la integral indefinida $\int (y^2 + 4y)^2\, dy$

CONSIDERACIONES:

- Desarrolla el binomio
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [\, f(x) + g(x)]dx = \ \int f(x)dx + \int g(x)dx$
- Aplica el teorema $\int c\ f\ (x)dx = c \int f(x)dx$ para cada termino
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int ax^n\ dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1}\ + c$ para cada término

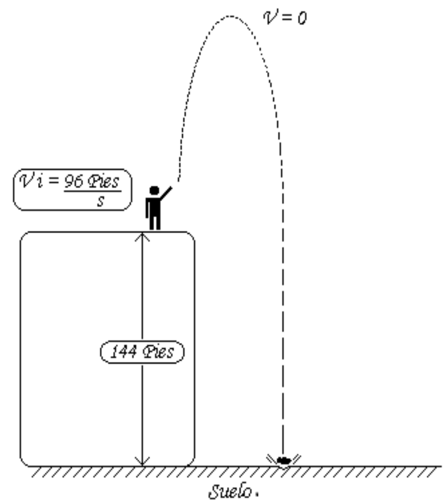
Ejercicio 6. Un punto se mueve en línea recta de tal manera que $a(t) = 12t - 4$. Encuentra $s(t)$ suponiendo que las condiciones iníciales son $v(0) = 8\ y\ s(0) = 15$.

CONSIDERACIONES:

- Partiendo de $\frac{dv(t)}{dx} = a(t)$, entonces sustituimos la función aceleración, obteniendo la ecuación diferencial
- Integras la ecuación anterior para determinar la función velocidad general
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int ax^n\ dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1}\ + c$ para cada término
- Sustituye los valores a la frontera para x=0 y v(t)=8 y despejamos la constante C
- Sustituimos el valor de C en la función velocidad.
- Partiendo de $\frac{ds(t)}{dx} = v(t)$, entonces sustituimos la función velocidad, obteniendo la ecuación diferencial
- Integra la ecuación anterior para determinar la función de posición general.
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int ax^n\ dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1}\ + c$ para cada termino
- Sustituye los valores a la frontera para x=0 y s(t)=15 y despejamos la constante C
- Sustituimos el valor de C en la función de posición s(t).Determinándose la posición de la partícula en cualquier instante de tiempo.

Ejercicio 7. Una piedra se lanza verticalmente hacia arriba desde una altura de 144 pies sobre el suelo con una velocidad de 96 pies/seg. Despreciando el efecto de la fricción del aire, encuentre:

a) La altura de la piedra t segundos después.
b) El tiempo en alcanzar la altura máxima la piedra.
c) La altura máxima.
d) El tiempo de choque con el suelo.
e) La velocidad con la que choca con el suelo



CONSIDERACIONES:

- Las condiciones iniciales son: posición en el tiempo cero $s(0)=144 pies$, velocidad inicial en el tiempo cero $v(0)=96\frac{pies}{seg}$ y la aceleración de la gravedad en sentido contrario al movimiento de la piedra g= $a(t)=-32 pies/s^2$
- Partiendo de $\frac{dv(t)}{dx}=a(t)$, entonces sustituimos la función aceleración, obteniendo la ecuación diferencial
- Integramos la ecuación anterior aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int ax^n\,dx=\frac{a}{n+1}x^{n+1}+c$ para cada termino para determinar la función velocidad general
- Sustituye los valores a la frontera para x=0 y v(t)=96 y despejamos la constante C
- Sustituimos el valor de C en la función velocidad.
- Partiendo de $\frac{ds(t)}{dx}=v(t)$, entonces sustituimos la función velocidad, obteniendo la ecuación diferencial
- Integra la ecuación anterior para determinar la función de posición general.
- Sustituye los valores a la frontera para x=0 y s(t)=144 y despejamos la constante C
- Sustituimos el valor de C en la función de posición s (t).Determinándose la posición de la partícula en cualquier instante de tiempo, en este caso la posición representa la altura de la piedra en cualquier instante.

- La altura máxima se alcanza cuando la piedra se detiene y comienza a descender, es decir, cuando la velocidad es cero: v(t)=0
- Iguala a cero la función velocidad y despejar el tiempo para determinar el momento en que alcanza su altura máxima
- Sustituir el tiempo en la función posición, para determinar la altura máxima.
- Cuando la piedra toca el suelo s(t)=0.Iguala a cero la función posición y resolver la ecuación de segundo grado resultante, determinando el tiempo de choque.
- Sustituir el tiempo de choque en la función velocidad, para determinar su velocidad de choque.

Ejercicio 8. Una empresa sabe que el costo marginal asociado a la producción de x unidades de cierto artículo está dado por 30-0.02x (pesos). Suponiendo que el costo por producir una unidad es de 35$, encuentre la función de costo y el costo por producir 100 unidades.

CONSIDERACIONES.

- Partiendo que el costo marginal es la derivada de la función costo C: $\frac{dC(x)}{dx} = costo\ marginal$, entonces sustituimos la función costo marginal, obteniendo la ecuación diferencial.
- Integra la ecuación anterior para determinar la función costo C.
- Sustituye los valores a la frontera para x=1 y C(x)=35 y despejamos la constante K
- Sustituimos el valor de K en la función costo y calculamos el costo para producir 100 unidades.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.1** Cálculo de anti derivadas mediante fórmulas inmediatas de integración.
Problema número 3	Integrales indefinidas a partir de la función y valores a la frontera dados en situaciones contextuales.

ANTIDERIVADAS

Problema 1.Encuentra la antiderivada más general de las siguientes funciones:

1.- $f(x) = 9x^2 - 4x + 3$

2.- $f(x) = 4x^2 - 8x + 1$

3.- $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 7$

4.- $f(x) = 10x^4 - 6x^3 + 5$

5.- $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2}$

6.- $f(x) = \frac{4}{x^7} - \frac{7}{x^4} + x$

7.- $f(x) = 3\sqrt{x} + \left(1/\sqrt{x}\right)$

8.- $f(x) = \sqrt{x^3} - \frac{1}{2}x^{-2} + 5$

9.- $f(x) = \left(6/\sqrt[3]{x}\right) - \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{6}\right) + 7$

10.- $f(x) = 3x^5 - \sqrt[3]{x^5}$

11.- $f(x) = 2x^{5/4} + 6x^{1/4} + 3x^{-4}$

12.- $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$

13.- $f(x) = (3x - 1)^2$

14.- $f(x) = (2x - 5)(3x + 1)$

15.- $f(x) = \frac{8x-5}{\sqrt[3]{x}}$

16.- $f(x) = \frac{2x^2-x+3}{\sqrt{x}}$

17.- $f(x) = \sqrt[5]{32x^4}$

18.- $f(x) = \sqrt[3]{64x^5}$

$19. - f(x) = y^2(y^2 - 3)$

$20. - f(x) = \dfrac{x^4 - 2x^3 + 1}{x^2}$

Problema 2. Encuentra la antiderivada específica utilizando la condición a la frontera dadas:

a) $f(x) = 4x^{-3}$, considera que F(0)=2

b) $g(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x^2} + 6x - 2$, considera que G (4)=1

c) $h(x) = 2\sqrt[3]{x^7}$, considera que H (1)=0

d) $g(x) = x^2\left(6x + 2x^{5/2}\right)$, considera que G(0)=1

e) $f(x) = \dfrac{x^2}{2\sqrt{x}} - \dfrac{3}{x^2}$, considera que F (0)=1

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número. 4	Integración de funciones algebraicas, aplicando el método de cambio de variable

INTEGRACIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS.

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int (2x^3+1)^7 x^2 dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige como u la cantidad que está elevada a la potencia. $u = 2x^3 + 1$
- Calcula la diferencial de u. (du).
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int u^n \, du = \frac{1}{n+1} u^{n+1} + c.$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int (2x^3+1)^7 x^2 dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige como u la cantidad que está elevada a la potencia.
- Calcula la diferencial de u. (du).
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int u^n \, du = \frac{1}{n+1} u^{n+1} + c.$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u

Ejercicio 3. Calcula la integral $\int \frac{3}{\sqrt{5x-1}}dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- cambia la raíz como una potencia
- Elige como u la cantidad que está elevada a la potencia.
- Calcula la diferencial de u. (du).
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int u^n\ du = \frac{1}{n+1}u^{n+1}\ + c$.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

OTROS CAMBIOS DE VARIABLE

Ejercicio 4. Calcula la integral $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}}dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige como u el radical $u = \sqrt{x+4}$
- Despeja x.
- Calcula la diferencial de x. (dx)
- Sustituye x, dx y el radical, de tal forma que la integral quede en función de la variable u.
- Realiza operaciones algebraicas para que la integral se simplifique
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int[\,f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
- Aplica el teorema $\int c\ f\ (x)dx = c\int f(x)dx$ para cada término
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int u^n\ du = \frac{1}{n+1}u^{n+1}\ + c$.para cada término.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 5. Calcula la integral $\int \sqrt{x}\sqrt{\sqrt{x}+1}\cdot dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige como u el radical $u = \sqrt{x}+1$
- Despeja x.
- Calcula la diferencial de x. (dx)
- Sustituye x, dx y el radical, de tal forma que la integral quede en función de la variable u.
- Realiza operaciones algebraicas para que la integral se simplifique
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int[\,f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

- Aplica el teorema $\int c\, f\,(x)dx = c\int f(x)dx$ para cada termino
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int u^n\, du = \frac{1}{n+1}u^{n+1} + c$.para cada término.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

PROBLEMAS INTEGRACIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

1.- $\int (3x+1)^4\, dx$

2.- $\int (2x^2-3)^5 x\, dx$

3.- $\int \sqrt{t^3-1}.\, t^2\, dt$

4.- $\int \sqrt{9-z^2}.\, z\, dz$

5.- $\int \frac{x-2}{(x^2-4x+3)^3}\, dx$

6.- $\int \frac{x^2+x}{(4-3x^2-2x^3)^4}\, dx$

7.- $\int \frac{s}{\sqrt[3]{1-2s^2}}\, ds$

8.- $\int \sqrt[5]{t^4-t^2}\,(10t^3-5t)\, dt$

9.- $\int \frac{(\sqrt{u}+3)^4}{\sqrt{u}}\, du$

10.- $\int \left(1+\frac{1}{u}\right)^{-3}\left(\frac{1}{u^2}\right)\, du$

11.- $\int (3-x^3)^2 x\, dx$

12.- $\int \sqrt[5]{8x+5}$dx

13.- $\int \frac{6}{\sqrt{4-5t}}\, dt$

14.- $\int (3-x^4)^3 x^3\, dx$

15.- $\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^3}$

16.- $\int (3-x^4)^3 x^3\, dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número 5	Integración de funciones trigonométricas y trascendentales, aplicando el método de cambio de variable

CAMBIO DE VARIABLE PARA FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int x\cos x^2 dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige como u el argumento del coseno $\mathrm{u} = x^2$
- Calcula la diferencial de u. (du)
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la fórmula $\int \cos \mathrm{u}\, \mathrm{du} = \mathrm{sen}\, \mathrm{u} + \mathrm{C}$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int (\mathrm{sen}^5 \mathrm{x}^2)(\mathrm{x}\cos \mathrm{x}^2)\mathrm{dx}$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige como $\mathrm{u} = \mathrm{sen}\mathrm{x}^2$
- Calcula la diferencial de u. (du)
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la regla de las potencias para integrales indefinidas $\int u^n\, du = \frac{1}{n+1}u^{n+1} + c.$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 3. Calcula la integral $\int \sec x(\sec x + \tan x)dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Realiza operaciones algebraicas para que la integral se simplifique.
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
- Elige un valor de u y calcula la diferencial de u. (du)
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica las fórmulas de integración $\int \sec^2 u du = \cot u + C$ y $\int \sec u \cdot \tan u\, du = \sec u + C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

CAMBIO DE VARIABLE PARA FUNCIONES LOGARÍTMICAS Y EXPONENCIALES.

Ejercicio 4. Calcula la integral $\int \frac{x}{3x^2 - 5} dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige un valor de u como la cantidad que se encuentra en el denominador.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica las fórmulas de integración $\int \frac{1}{u} du = \mathrm{Ln}|u| + C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 5. Calcula la integral $\int \frac{e^{\frac{3}{x}}}{x^2} dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige un valor de u como la potencia de e.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica las fórmulas de integración $\int e^u du = e^u + C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

CAMBIO DE VARIABLE PARA FUNCIONES LOGARÍTMICAS Y EXPONENCIALES GENERALES.

Ejercicio 6. Calcula la integral $\int 5^{x^3} \cdot x^2 dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:
- Elige un valor de a=5 y u=x^3.Determina la du.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la fórmula de integración $\int a^x dx = \left(\frac{1}{Lna}\right) a^x + C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 7. Calcula la integral $\int \frac{1}{x \cdot Log_{10}} dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:
- Cambia el log. de base a, por logaritmos naturales aplicando la fórmula $Log_a x = \frac{Lnx}{Lna}$.
- Realiza la operación algebraica
- Elige u=ln$|x|$ y determina la du.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la fórmula de integración $\int \frac{1}{u} du = Ln|u| + C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

CAMBIO DE VARIABLE PARA LAS FUNCIONES (tanu, cotu, secu y cscu)

Ejercicio 8. Calcula la integral $\int \tan \frac{x}{2} dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige u=$\frac{x}{2}$ y determina la du.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la fórmula de integración $\int \tan u du = -\mathrm{Ln}|\cos u| + C = \mathrm{Ln}|\sec u| + C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 9. Calcula la integral $\int e^{2x} \cdot \sec e^{2x} dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige u=e^{2x} y determina la du.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la fórmula de integración $\int \sec u du = \mathrm{Ln}|\sec u + \tan u| + C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 10. Calcula la integral $\int (\csc x - 1)^2 dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Desarrolla el binomio
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [f(x) \mp g(x)] dx = \int f(x) dx \mp \int g(x) dx$
- Elige un valor de u y calcula la diferencial de u. (du)
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica las fórmulas de integración para la $csec^2 u,$ csecu y f(x)=1
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

CAMBIO DE VARIABLE PARA FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Problemas 1. Encuentra las integrales aplicando el método de cambio de variable.

1. $\int sen\ 4x\ dx$
2. $\int sec\ ^2 5x\ dx$
3. $\int \tan 3x\ sec\ 3x\ dx$
4. $\int x^2 \cot x^3 \csc x^3\ dx$
5. $\int (\tan 3x + \sec 3x) dx$
6. $\int \frac{1}{\sec 2x} dx$
7. $\int \frac{1}{\cos 2x} dx$
8. $\int \frac{\cot \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$
9. $\int x\ csc^2(x^2+1)\ dx$
10. $\int (x + csc\ 8x) dx$
11. $\int \cot 6x\ sen\ 6x\ dx$
12. $\int sen\ 2x \tan 2x\ dx$
13. $\int \tan x\ sec^2 x\ dx$
14. $\int csc^2 x \cot x\ dx$
15. $\int \frac{tan^2 2x}{\sec 2x} dx$
16. $\int \frac{cos^2 x}{sen\ x} dx$
17. $\int sen\ x\ cos\ x\ dx$
18. $\int \frac{cos^2 x}{\csc x}\ dx$
19. $\int \frac{1 - sen\ x}{x + \cos x}\ dx$
20. $\int \frac{e^x}{\cos e^x}\ dx$
21. $\int \frac{1 + sen\ x}{cos^2 x} dx$
22. $\int (1 + \sec x)^2 dx$
23. $\int e^x (1 + \cos e^x)\ dx$
24. $\int (csc^2 x) 2^{\cot x}\ dx$
25. $\int \frac{e^{\cos x}}{\csc x}\ dx$
26. $\int \frac{\tan e^{-3x}}{e^{3x}}\ dx$
27. $\int \frac{sec^2\ x}{2 \tan x + 1} dx$
28. $\int \frac{2\ sen\ x}{1 + 3 \cos x}\ dx$

CAMBIO DE VARIABLE PARA FUNCIONES LOGARÍTMICAS Y EXPONENCIALES

Problemas 2. Encuentra las integrales aplicando el método de cambio de variable.

1. $\int e^{-x} dx$
2. $\int 10^x dx$
3. $\int 3(2^x)\, dx.$
4. $\int x^2\, e^{x^3} dx.$
5. $\int 3^{2x} dx$
6. $\int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$
7. $\int (e^x + 1)^3 e^x dx$
8. $\int \frac{e^x dx}{e^x+1}$
9. $\int \frac{e^{1/x^2}}{x^3} dx$
10. $\int e^{-x^2+2} x\, dx$
11. $\int (e^x + 1)^2\, dx$
12. $\int (e^x - x^e)\, dx$
13. $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+3} dx$
14. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$
15. $\int x^3 \left(5^{x^4} + 1\right) dx$
16. $\int \frac{\log_{10} x}{x} dx$
17. $\int \frac{2x}{x^2+1}\, dx$
18. $\int \frac{x^2}{x^3+5} dx$
19. $\int \frac{1}{8x+3} dx$
20. $\int \frac{4x^7}{3x^8-2} dx$
21. $\int \frac{x-4}{x^2+5} dx$
22. $\int \frac{x}{x^2-4x+5} dx$
23. $\int \frac{1}{7x} dx$
24. $\int \frac{x^8}{x^9-1} dx$
25. $\int \frac{\sqrt{\ln x+3}}{x} dx$
26. $\int \frac{dx}{x \ln x} dx$
27. $\int \frac{sen\ 3x}{1-\cos 3x} dx$
28. $\int \frac{2x^4-x^2}{x^3}\, dx$
29. $\int \frac{\ln x}{x} dx$
30. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número 6	Integración de funciones trigonométricas inversas, aplicando el método de cambio de variable

INTEGRACION DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}}dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige el valor de a=1, u=e^{2x} y determina la du.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la fórmula de integración $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}}du = \operatorname{sen}^{-1}\frac{u}{a}+C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int \frac{x^2}{5+x^6}dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige el valor de a=$\sqrt{5}$, u=x^3 y determina la du.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación aritmética.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la fórmula de integración $\int \frac{1}{a^2+u^2}du = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{u}{a}+C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 3. Calcula la integral $\int \frac{1}{x\sqrt{x^4-9}}dx$ aplicando el método de cambio de variable.

CONSIDERACIONES:

- Elige el valor de a=3, u=x^2 y determina la du.
- Verifica si la integral está completa, si no realiza alguna operación algebraica en la integral.
- Realiza la sustitución de u y de du en la integral original.
- Aplica la fórmula de integración $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}}du = \frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{u}{a}+C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

INTEGRACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

Problemas. Calcula las integrales de funciones trigonométricas inversas aplicando el método de cambio de variable.

1. $\int \frac{1}{x^2+16}dx$
2. $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$
3. $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}dx$
4. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}dx$
5. $\int \frac{sen\,x}{cos^2\,x+1}\,dx$
6. $\int \frac{\cos x}{\sqrt{9-sen^2 x}}\,dx$
7. $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}\,dx$
8. $\int \frac{1}{e^x\sqrt{1-e^{-2x}}}\,dx$
9. $\int \frac{e^x}{\sqrt{16-e^{2x}}}\,dx$
10. $\int \frac{senx\tan x}{1+sec^2 x}\,dx$
11. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^6-4}}\,dx$
12. $\int \frac{x}{\sqrt{36-x^2}}\,dx$
13. $\int \frac{x}{x^2+9}\,dx$
14. $\int \frac{1}{x\sqrt{x-1}}\,dx$
15. $\int \frac{1}{\sqrt{e^{2x}-25}}dx$
16. $\int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^x}}dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número 7	Integración de funciones, aplicando el método de integración por partes.

INTEGRACIÓN POR PARTES

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int x \cdot e^{2x} dx$ aplicando el método de integración por partes.

CONSIDERACIONES:

- Aplica la fórmula $\int udv = u \cdot v - \int vdu$, eligiendo un valor de u y determina la du y elige un valor de v y calcula la dv. De tal manera que la segunda integral quede más sencilla que la original.
- Sustituye los valores de u, du, v y dv en la fórmula, verifica que la segunda integral quedo más sencilla.
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de la segunda integral.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int e^{x} \cdot \cos x dx$ aplicando el método de integración por partes.

CONSIDERACIONES:

- Aplica la fórmula $\int udv = u \cdot v - \int vdu$, eligiendo un valor de u y determina la du y elige un valor de v y calcula la dv. De tal manera que la segunda integral quede más sencilla que la original.
- Sustituye los valores de u, du, v y dv en la fórmula, verifica que la segunda integral quedó más sencilla.
- Aplica el método de integración por partes de nueva cuenta en la segunda integral.
- Realiza operaciones algebraicas para la solución de la integral.

Ejercicio 3. Calcula la integral $\int \sec^{3}\theta d\theta$ aplicando el método de integración por partes.

CONSIDERACIONES:

- Escriba el integrando como: $sec^2\,\theta sec\theta$
- Aplica la fórmula $\int udv = u \cdot v - \int vdu$, eligiendo un valor de u y determina la du y elige un valor de v y calcula la dv.De tal manera que la segunda integral quede más sencilla que la original.
- Sustituye los valores de u, du, v y dv en la fórmula, verifica que la segunda integral quedó más sencilla.
- Aplica una identidad trigonométrica para la $tg^2\theta$.

- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [\, f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de la segunda integral.
- Realiza operaciones algebraicas para la solución de la integral.

INTEGRACIÓN POR PARTES

Problemas. Resuelve los problemas aplicando el método de integración por partes.

1. $\int xe^{-x}dx$
2. $\int x\ sen\ x\ dx$
3. $\int x^2e^{-3x}dx$
4. $\int x^2sen\ 4x\ dx$
5. $\int x \cos 5x\ dx$
6. $\int xe^{-2x}\ dx$
7. $\int x \sec x \tan x\ dx$
8. $\int x\ csc^2 3x\ dx$
9. $\int x^2 \cos x\ dx$
10. $\int x^3e^{-x}dx$
11. $\int sen^{-1}x\ dx$
12. $\int \sqrt{x} 1n\ x\ dx$
13. $\int x^2 1n\ x\ dx$
14. $\int x\ csc^2\ x\ dx$
15. $\int e^{-x}sen\ x\ dx$
16. $\int e^{3x} \cos 2x\ dx$
17. $\int sen\ x\ 1n \cos x\ dx$
18. $\int sec^3 x\ \ dx$
19. $\int csc^5\ x\ dx$
20. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$
21. $\int sen\ ln\ x\ dx$
22. $\int x\ sec^2 x\ dx$
23. $\int x(2x+3)^{99}dx$
24. $\int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^3}}\ dx$
25. $\int e^{4x}\ sen\ 5x\ dx$
26. $\int x^3 \cos(x^2)dx$
27. $\int (1nx)^2 dx$
28. $\int x\ 2^x dx$
29. $\int x^3 sen\ h\ x\ dx$
30. $\int (x+4)cos(x^2)\ dx$
31. $\int cos \sqrt{x}\ dx$
32. $\int cot^{-1} 3x\ dx$
33. $\int cos^{-1}x\ dx$
34. $\int (x+1)^{10}(x+2)dx$
35. $\int x^3e^{x2}dx.$
36. $\int In\ (x^2+2)dx$
37. $\int In\ x\ dx$
38. $\int sen^{-1}$ x dx
39. $\int tg^{-1}x\ dx$
40. $\int x\ tan^{-1}x\ dx$
41. $\int x^2 sen\ x\ dx$
42. $\int xsen^{-1}\ (x^2)dx$
43. $\int \frac{In\ x}{x^2}dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número 8	Integrales de funciones algebraicas, aplicando el método de fracciones parciales

FRACCIONES PARCIALES (FACTORES LINEALES DISTINTOS)

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x}dx$

CONSIDERACIONES:

- Aplica el método de fracciones parciales en el integrando, comenzando por factorizar el denominador, expresándolo en factores lineales distintos.
- Para cada factor lineal distinto en el denominador existirá un término cuyo denominador será A, B, C,…, respectivamente.
- Iguala el integrado a la suma de cada término de acuerdo al número de factores obtenidos. $\frac{5x+3}{(px+q)(rx+s)(tx+u)..(\ \ )}=\frac{A}{px+q}+\frac{B}{rx+s}+\frac{C}{tx+u}+\ldots+\frac{D}{(\ \ )}$
- Resolver la ecuación aplicando cualquier método para determinar los valores del numerador para cada termino: A, B, C…
- Sustituir los valores y resolver las integrales resultantes de cada término aplicando el método de cambio de variable.

FRACCIONES PARCIALES (FACTORES LINEALES DISTINTOS Y OTROS REPETIDOS)

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int \frac{3x^2-8x+13}{(x+3)(x-1)^2}dx$

CONSIDERACIONES:

- Aplica el método de fracciones parciales en el integrando, identificando los factores lineales.
- Por cada factor de la forma $(ax + b)^k$ del denominador abra k términos en la descomposición de fracciones parciales:

$$\frac{A}{ax+b}+\frac{A_1}{(ax+b)^2}+\frac{A_2}{(ax+b)^3}+\frac{A_3}{(ax+b)^4}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\frac{A_k}{(ax+b)^k}$$

- Iguala el integrado a la suma de cada término de acuerdo al número de factores obtenidos. $\frac{3X^2-8X+13}{(X+3)(X-1)^2}=\frac{B}{X+3}+\frac{A}{X-1}+\frac{A_1}{(X-1)^2}$
- Resolver la ecuación aplicando cualquier método para determinar los valores del numerador para cada termino: A,A_1y B
- Sustituir los valores y resolver las integrales resultantes de cada término aplicando el método de cambio de variable.

FRACCIONES PARCIALES (FACTORES CUADRÁTICOS Y REPETIDOS)

Ejercicio 3. Calcula la integral $\int \frac{2x^2+3}{(x^2+1)^2} dx$

CONSIDERACIONES:

- Aplica el método de fracciones parciales en el integrando, identificando los factores cuadráticos y lineales si los hay.
- Los factores lineales se manejan como en los casos anteriores
- Por cada factor cuadrático irreducible $x^2 + bx + c$ que ocurra a la k ésima potencia, se inserta como parte de la representación del
- integrando, $\frac{A_1x+B_1}{x^2+bx+c} + \frac{A_2x+B_2}{(x^2+bx+c)^2} + \cdots + \frac{A_kx+B_k}{(x^2+bx+c)^k}$
- Iguala el integrado a la suma de cada término de acuerdo al número de factores cuadráticos. $\frac{2X^2+3}{(x^2+1)^2} = \frac{A_1x+B_1}{x^2+1} + \frac{A_2x+B_2}{(x^2+1)^2}$
- Resolver la ecuación aplicando cualquier método para determinar los valores del numerador para cada término.
- Sustituir los valores y resolver las integrales resultantes de cada término aplicando el método de cambio de variable.

FRACCIONES PARCIALES

Problemas.

1. $\int \frac{5x-12}{x(x-4)} dx$
2. $\int \frac{x+34}{(x-6)(x+2)} dx$
3. $\int \frac{37-11x}{(x+1)(x-2)(X-3)} dx$
4. $\int \frac{4x^2+54x+134}{(x-1)(x+5)(x+3)} dx$
5. $\int \frac{6x-11}{(x-1)^2} dx$
6. $\int \frac{19x^2+50x-25}{x^2(3x-5)} dx$
7. $\int \frac{x+16}{x^2+2x-8} dx$
8. $\int \frac{11x+2}{2x^2-5x-3} dx$
9. $\int \frac{5x^2-10x-8}{x^3-4x} dx$
10. $\int \frac{4x^2-5x-15}{x^3-4x^2-5x} dx$
11. $\int \frac{2x^2-25x-33}{(x+1)^2(x-5)} dx$
12. $\int \frac{2x^2-12+4}{x^3-4x^2} dx$
13. $\int \frac{9x^4+17x^3+3x^2-8x+3}{x^5+3x^4} dx$
14. $\int \frac{5x^2+30x+43}{(x+3)^3} dx$
15. $\int \frac{x^3+3x^2+3x+63}{(x^2-9)^2} dx$
16. $\int \frac{1}{(x-7)^5} dx$
17. $\int \frac{5x^2+11x+17}{x^3+5x^2+4x+20} dx$
18. $\int \frac{4x^3-3x^2+6x-27}{x^4+9x^2} dx$
19. $\int \frac{x^2+3x+1}{x^4+5x^2+4} dx$
20. $\int \frac{4x}{(x^2+1)^3} dx$
21. $\int \frac{2x^3+10x}{(x^2+1)^2} dx$
22. $\int \frac{x^4+2x^2+4x+1}{(x^2+1)^3} dx$
23. $\int \frac{x^3+3x-2}{x^2-x} dx$
24. $\int \frac{x^4+2x^2+46}{x^3-4x} dx$
25. $\int \frac{x^6-x^3+1}{x^4+9x^2} dx$
26. $\int \frac{x^5}{(x^2+4)^2} dx$
27. $\int \frac{2x^3+5x^2-46x-98}{(x^2+x-12)^2} dx$
28. $\int \frac{-2x^4-3x^3-3x^2+1}{x^2(x+1)^3} dx$
29. $\int \frac{4x^3+2x^2-5x-18}{(x-4)(x+1)^3} dx$
30. $\int \frac{10x^2+9c+1}{2x^3+3x^2+x} dx$
31. $\int \frac{2x^4-2x^2+6x^2-5x+1}{x^2-x^2+x-1} dx$
32. $\int \frac{x^5-x^4-2x^3+4x^2-15x+5}{(x^2+1)^2(x^2+4)} dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número 9	Integración de potencias de funciones trigonométricas, aplicando identidades.

INTEGRACIÓN DE POTENCIAS DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int \mathrm{Sen}^5 x dx$

CONSIDERACIONES:

- Como n es entero positivo impar escribimos la integral como $\int \mathrm{Sen}^n x\, dx = \int \mathrm{Sen}^{n-1} x\, \mathrm{Sen} x\, dx$
- Aplica la identidad $\mathrm{Sen}^2 x = 1 - \mathrm{Cos}^2 x$
- Desarrolla el binomio y realiza las operaciones
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [\,f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int \mathrm{Sen}^4 x dx$

CONSIDERACIONES:

- Como n es entero positivo par aplicamos la integral $\int Sen^n x\, dx = \int \left(Sen^2 x\right)^{n/2} dx$
- aplicamos la identidad: $\mathrm{Sen}^2 x = \frac{1 - \mathrm{Cos} 2x}{2}$
- Desarrolla el binomio y realiza las operaciones
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [\,f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica la identidad $\cos^2 x = \frac{1 + \mathrm{Cos} 2x}{2}$ para una de las integrales
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 3. Calcula la integral $\int \mathrm{Sen}^4 x \cdot \mathrm{Cos}^3 x \, dx$

CONSIDERACIONES:

- Aplica la fórmula $\int \mathrm{Sen}^m x \cdot \mathrm{Cos}^n x \, dx = \int \mathrm{Sen}^m x \cdot \mathrm{Cos}^{n-1} x \cdot \mathrm{Cos} x dx$, con n=3 y m=4, con n entero positivo impar
- Sustituye la identidad $cos^2x = 1 - sen^2x$
- Realiza las operaciones
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.
- Nota: si m es impar se aplica un método semejante y si m y n son ambos pares se aplican las identidades del seno o coseno de la mitad de un ángulo.

Ejercicio 4. Calcula la integral $\int \tan^2 x\sec^4 xdx$
CONSIDERACIONES:

- Como n es par aplica la fórmula $\int \tan^m x\sec^n xdx = \int \tan^m x\sec^{n-2} x\sec^2 xdx$, con m=2 y n=4,
- Sustituye la identidad $\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$
- Realiza las operaciones.
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales, tomando como u=tanx y calcula du.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 5. Calcula la integral $\int \tan^3 x\sec^5 xdx$
CONSIDERACIONES:

- Como m es impar aplica la fórmula $\int \tan^m x\sec^n xdx = \int \tan^{m-1} x\sec^{n-1} x\sec x\tan xdx$, con m=3 y n=5,
- Sustituye la identidad $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$
- Realiza las operaciones.
- Separa integrales aplicando el teorema: $\int [f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales, tomando como u=secx y calcula du.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.
- Nota: si n es impar y m es par aplica otro método, como el de integración por partes. Las integrales de la forma $\int \cot^m x\csc^n xdx$ puede hallarse de manera análoga a este ejercicio.

INTEGRACIÓN DE POTENCIAS DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Problemas.

1. $\int cos^3 x\, dx$
2. $\int sen^{\,2}\, 2x\, dx$
3. $\int sen^2 x\, cos^2\, x\, dx$
4. $\int cos^7 x\;\; dx$
5. $\int sen^3 x\, cos^2\, x\, dx$
6. $\int sen^5 x\, cos^3\, x\, dx$
7. $\int sen^6 x\, dx$
8. $\int sen^4 x cos^2 x\, dx$
9. $\int tan^3 x\, sec^4\, x\, dx$
10. $\int sec^6 x\, dx$
11. $\int tan^3 x\, sec^3 x\, dx$
12. $\int tan^5\, x \sec x\, dx$
13. $\int tan^6 x\, dx$
14. $\int cot^4 x\, dx$
15. $\int \sqrt{sen\, x}\, cos^3 x\, dx$
16. $\int \frac{cos^3 x}{\sqrt{sen\, x}} dx$
17. $\int (\tan x + \cot x)^2\, dx$
18. $\int cot^3 x\, csc^3 x\, dx$
19. $\int sen^3 x\, dx$
20. $\int tan^2 (\pi x/4) dx$
21. $\int sen\, 5\, x\, sen\, 3x\, dx$
22. $\int \cos x \cos 5x\, dx$
23. $\int sen\, 3x \cos 2x\, dx$
24. $\int sen\, 4x \cos 3x\, dx$
25. $\int csc^4 x\, cot^4 x\, dx$
26. $\int (1 + \sqrt{\cos x})^2 sen\, x\, dx$
27. $\int \frac{\cos x}{2 - sen\, x} dx$
28. $\int \frac{tan^2 x - 1}{sec^2 x} dx$
29. $\int \frac{sec^2 x}{(1 + \tan x)^2} dx$
30. $\int \frac{\sec x}{cot^5 x} dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

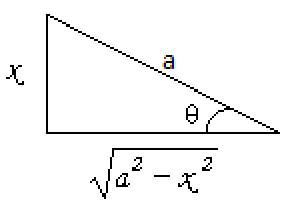
Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número 10	Integrales de funciones algebraicas que contienen en su integrando radicales, aplicando el método de sustitución trigonométrica.

INTEGRALES CON RADICALES DE LA FORMA $\sqrt{a^2 - x^2}$

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$

CONSIDERACIONES:

- Toma a=2 y sustituye el radical $\sqrt{a^2 - x^2} = acos\theta$ y la sustitución trigonométrica x=asenθ.Determina dx.
- Realiza la sustitución y simplifica.
- Aplica identidades trigonométricas.
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.
- Regresa a la variable original aplicando el triángulo rectángulo siguiente a partir de su solución: donde $sen\theta = \frac{x}{a}$ y $\theta = \sin^{-1}\frac{x}{a}$



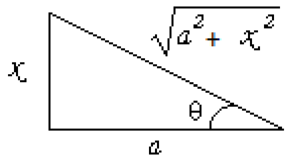
INTEGRALES CON RADICALES DE LA FORMA $\sqrt{a^2 + x^2}$

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$

CONSIDERACIONES:

- Toma a=2 y sustituye el radical $\sqrt{a^2 + x^2} = asec\theta$ y la sustitución trigonométrica x=atanθ.Determina dx.
- Realiza la sustitución y simplifica.
- Aplica una identidad trigonométrica.
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.

- Regresa a la variable original aplicando el triángulo rectángulo siguiente a partir de su solución: donde $sec\theta = \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{a}$ y tan $\theta = \frac{x}{a}$

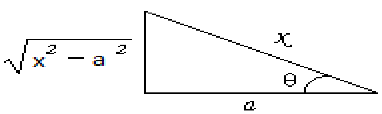


INTEGRALES CON RADICALES DE LA FORMA $\sqrt{x^2-a^2}$

Ejercicio 3. Calcula la integral $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2-25}}dx$

CONSIDERACIONES:

- Toma a=5 y sustituye el radical $\sqrt{x^2-a^2} = atan\theta$ y la sustitución trigonométrica x=asecθ.Determina dx.
- Realiza la sustitución y simplifica.
- Aplica una identidad trigonométrica.
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de la integral.
- Regresa a la variable original aplicando el triángulo rectángulo siguiente a partir de su solución: donde $sen\theta = \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x}$



INTEGRALES CON RADICALES DE LA FORMA $\sqrt{a^2 - x^2}$, $\sqrt{a^2 + x^2}$ y $\sqrt{x^2 - a^2}$

Problemas.

1. $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$
2. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$
3. $\int \frac{1}{x\sqrt{9+x^2}} dx$
4. $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+9}} dx$
5. $\int \frac{1}{x^3\sqrt{x^2-25}} dx$
6. $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$
7. $\int \frac{x}{x^2+9} dx$
8. $\int \frac{1}{(x^2-1)^{3/2}} dx$
9. $\int \frac{1}{\sqrt{4x^2-25}} dx$
10. $\int \frac{1}{(36+x^2)^2} dx$
11. $\int \frac{1}{(16-x^2)^{5/2}} dx$
12. $\int \sqrt{9-4x^2}\, dx$
13. $\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx$
14. $\int \frac{x}{(16-x^2)^2} dx$
15. $\int \frac{x^3}{\sqrt{9x^2+49}} dx$
16. $\int \frac{1}{x\sqrt{25x^2+16}} dx$
17. $\int \frac{1}{x^4\sqrt{x^2-3}} dx$
18. $\int \frac{x^2}{(1-9x^2)^{3/2}} dx$
19. $\int \frac{(4+x^2)^2}{x^3} dx$
20. $\int \frac{3x-5}{\sqrt{1-x^2}} dx$
21. $\int x\sqrt{x^2-9}\, dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número 11	Integrales de funciones algebraicas que contienen expresiones cuadráticas

EXPRESIONES CUADRÁTICAS

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int \frac{2X-1}{X^2-6X+13}$dx

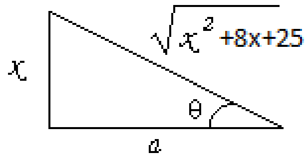
CONSIDERACIONES:

- Identifica que la expresión cuadrática es irreducible y aplica el método de completar el trinomio cuadrado para expresar la expresión en la forma.$(x+b)^2+c$
- Elige el valor de u como la cantidad que esta elevada a la potencia y despeja x, a continuación determina la dx.
- Sustituye los valores en la integral original.
- Simplifica la integral y aplica el teorema: $\int [\, f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+8x+25}}dx$

CONSIDERACIONES:

- Identifica que la expresión cuadrática es irreducible y aplica el método de completar el trinomio cuadrado para expresar la expresión en la forma.$(x+b)^2+a^2$
- Aplica el método de sustitución trigonométrica haciendo la sustitución de x+b=atanθ en este caso.
- Calcula la dx y sustituye el radical $\sqrt{(x+b)^2+a^2}$=a secθ
- Sustituye los valores en la integral original.
- Simplifica la integral y determina su valor.
- Regresa a la variable original aplicando el triángulo rectángulo siguiente a partir de su solución: donde $sec\theta = \frac{\sqrt{x^2+8x+25}}{a}$ y tan $\theta = \frac{x+4}{a}$



EXPRESIONES CUADRÁTICAS

Problemas.

1. $\int \frac{1}{x^2-4x+8}\,dx$
2. $\int \frac{1}{\sqrt{7+6x-x^2}}\,dx$
3. $\int \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$
4. $\int \frac{1}{x^2-2x+x}\,dx$
5. $\int \frac{2x+3}{\sqrt{9-8x-x^2}}\,dx$
6. $\int \frac{x+5}{9x^2+6x+14}\,dx$
7. $\int \frac{1}{x^3+1}\,dx$
8. $\int \frac{x^3}{x^3-1}\,dx$
9. $\int \frac{1}{(x^2+4x+5)^2}\,dx$
10. $\int \frac{1}{x^4-4x^3+13x^2}\,dx$
11. $\int \frac{1}{(x^2+6x+13)^{3/2}}\,dx$
12. $\int \sqrt{x(6-x)}dx$
13. $\int \frac{1}{2x^2+3x+9}\,dx$
14. $\int \frac{2x}{(x^2+2x+5)^2}\,dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Ejercicio número 12	Integrales de funciones algebraicas y trigonométricas, aplicando sustituciones diversas.

SUSTITUCIONES DIVERSAS

Ejercicio 1. Calcula la integral $\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^2+4}}\,dx$

CONSIDERACIONES:

- Realiza la sustitución de $u = \sqrt[3]{x^2 + 4}$,
- Despeja x como $x^2 = u^3 - 4$. y calcula la diferencial de x. $x\,dx = \frac{3}{2}\,u^2du$.
- Sustituye los valores en la integral original que dando en términos de la variable u.
- Simplifica la integral y aplica el teorema: $\int[\,f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 2. Calcula la integral $\int \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}\,dx$

CONSIDERACIONES:

- Realiza la sustitución de $u = \sqrt[3]{x}$
- Despeja x y calcula la diferencial de x.
- Sustituye los valores en la integral original que dando en términos de la variable u.
- Simplifica la integral.
- Realiza la sustitución de nueva cuenta de v=$\sqrt[n]{f(u)}$
- Despeja u y calcula la diferencial de u.
- Sustituye los valores en la integral original que dando en términos de la variable v.
- Realiza la división.
- Simplifica la integral y aplica el teorema: $\int[\,f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

Ejercicio 3. Calcula la integral $\int \frac{1}{4\ sen\ x - 3\cos\ x}\ dx$

CONSIDERACIONES:

- Realiza la sustitución de : $sen\ x = \frac{2z}{1+z^2}, \cos x\ \frac{1-z^2}{1+z^2}, dx = \frac{2}{1+z^2}\ dz$
- Simplifica el integrando.
- Resuelva la integral por el método de fracciones parciales
- Simplifica la integral y aplica el teorema: $\int [\ f(x) \mp g(x)]dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$
- Aplica el método de cambio de variable para la solución de las integrales.
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.

SUSTITUCIONES DIVERSAS

Problemas. Resuelve las siguientes integrales aplicando sustituciones diversas

1. $\int x\sqrt[3]{x+9}\,dx$
2. $\int x^2\sqrt{2x+1}\,dx$
3. $\int \frac{x}{\sqrt[5]{3x+2}}\ dx$
4. $\int \frac{5x}{(x+3)^{2/3}}\ dx$
5. $\int \frac{1}{\sqrt{x}+4}\ dx$
6. $\int \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{x}}}\ dx$
7. $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}}\ dx$
8. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[3]{x}}\ dx$
9. $\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x-2}}\ dx$
10. $\int \frac{2x+3}{\sqrt{1+2x}}\ dx$
11. $\int \frac{x+1}{(x+4)^{1/3}}\ dx$
12. $\int \frac{x^{1/3}+1}{x^{1/3}-1}\ dx$
13. $\int e^{3x}\sqrt{1+e^x}\ dx$
14. $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[3]{1+e^x}} dx$
15. $\int \frac{e^{2x}}{e^x+4}\ dx$
16. $\int \frac{sen\ 2x}{\sqrt{1+sen\ x}}\ dx$
17. $\int sen\sqrt{x+4}\ dx$
18. $\int \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\ dx$
19. $\int \frac{x}{(X-1)^6}\ dx$ (Sugerencia: Defina u = x -1)
20. $\int \frac{x^2}{(3x+4)^{10}}\ dx$ (Sugerencia: Defina u = 3x+4)
21. $\int \frac{1}{2+sen\ x}\ dx$
22. $\int \frac{1}{3+2\cos x}\ dx$
23. $\int \frac{1}{1+sen\ x+\cos x}\ dx$
24. $\int \frac{1}{\tan x+sen\ x}\ dx$
25. $\int \frac{\sec x}{4-3\tan x}\ dx$
26. $\int \frac{1}{sen\ x-\sqrt{3}\cos x}\ dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Determinación de la integral Indefinida
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve integrales indefinidas mediante métodos de integración.
Problema número 13	Ecuaciones diferenciales

Resolución de problemas aplicando ecuación diferencial.

Problema 1. Se lanza una piedra desde el suelo hacia arriba con una velocidad inicial de 64 pies/s. (a) ¿Cuándo alcanza su máxima altura? (b) ¿Cuál es la máxima altura? (c) ¿Cuándo toca el suelo? (d) ¿Cuál es la velocidad cuando llega al suelo?

Problema 2.Hallar la ecuación de la curva que pasa por el punto (3,2) y que tiene pendiente $5x^2x+1$ en cada punto (x, y).

Problema 3. Se lanza una piedra desde el borde de un edificio, a 120 pies de altura, con velocidad inicial de 96m pies/s. (a) ¿Cuándo alcanzará su altura máxima? (b) ¿Cuál será su altura máxima? (c) ¿Cuándo tocará el suelo? (d) ¿Con qué velocidad llegará al suelo?

Problema 4. Un objeto se desplaza sobre el eje *x* con aceleración a=3t-2 pies/s^2 .en el instante t=0, está en el origen y se mueve con una velocidad de 5 pies/s en dirección negativa. (a)Halla una fórmula para su velocidad v. (b) Halla la fórmula para su posición x. (c) ¿Cuándo y dónde cambia de dirección? (d) ¿En que instante se mueve hacia la derecha?

Problema 5. Un cohete lanzado hacia arriba desde el suelo 8 segundos más tarde. (a) ¿Cuál fue la velocidad inicial? (b) ¿Cuál fue la máxima altura?

Problema 6. En una vía recta, un conductor frena cuando el auto va a 55 millas por hora. Los frenos producen una desaceleración constante de 11 pies/s^2. (a) ¿Cuánto se desplazará el auto después de haber presionado los frenos?

Problema 7. Halla la ecuación de la curva que pasa por el punto (3, 7) y que tiene pendiente $4x^2$ -3 en (x, y).

Problema 8. Una empresa ha encontrado que el costo marginal (C') de fabricar x número de artículos está dada por $C'(x) = 1.5x + 2$, encuentra la función de costo (C(x)), considera que el costo fijo es de $10,000, C (0)=10,000.

Problema 9. La población de cierta especie de animales está creciendo a una razón de cambio de $r(t) = 4t^2 - t - 2$ animales/año. Encuentra la ecuación para la población y considera que la población inicial es de 100 animales. ¿Cuál será la población dentro de 10 años?

Problema 10. El área de un lago está disminuyendo con una razón de cambio dada por $r(t) = -t^2 - 2$ metros cuadrados/año. Encuentra la ecuación para el área del lago, considera que el área inicial del lago es de 1000 m^2.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 2 :	Determinación de la integral definida.
Resultado de Aprendizaje:	**2.1** Cálculo de integrales definidas mediante fórmulas directas y métodos.
Ejercicio número 14	Integrales definidas aplicando las propiedades y el teorema fundamental de cálculo integral

EVALUACIÓN DE INTEGRALES DEFINIDAS

Ejercicio 1. Evalúa la integral $\int_{-3}^{4}(6x^2 - 7)^2 dx$

CONSIDERACIONES:

- Desarrolla el binomio
- Aplica la propiedad $\int_a^b (f(x) \pm g(x))\, dx = \int_a^b f(x)\ dx \pm \int_a^b g(x)\, dx$
- Aplica la fórmula de las potencias y el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$=$[F(x)]_a^b$

Ejercicio 2. Calcular el área de la región que se encuentra bajo la función f(x)=1 y el eje de las x, entre los limites inferior y superior a=-5 y b=3 respectivamente.

CONSIDERACIONES:

- Traza la función en un sistema de ejes coordenados y localiza los límites de integración para identificar la superficie de la región bidimensional.
- Aplica la propiedad $\int_a^b c\, f(x)\ dx = c\ \int_b^b f(x)\ dx$ donde c=1 y f(x)=1
- Aplica $\int_a^b c\ dx = c\ (b-a)$ para determinar el área del rectángulo.

Ejercicio 3. Se considera la región limitada en la derecha por la parábola x=4-y², en la izquierda por el eje *y*, y por encima y por debajo por *y=2* y *y=-1*.

CONSIDERACIONES:

- Traza la función en un sistema de ejes coordenados y localiza los límites de integración para identificar la superficie de la región bidimensional.
- Aplica la propiedad $\int_a^b f(y)\ dy = \int_b^b f(y)\ dy$ donde: a=-1 y b=2
- Resuelva la integral $\int_{-1}^{2}(4-y^2)\ dy$ aplicando el teorema fundamental del cálculo.

Ejercicio 4. Hallar el valor promedio de $f(x) = 4 - x^2\ en\ [0,2]$.

CONSIDERACIONES:

- Con a=0 y b=2 aplica la fórmula $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$
- Aplica la fórmula de las potencias y el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$=$[F(x)]_a^b$

Nombre del Alumno:		Grupo:	

Unidad de Aprendizaje 2:	Determinación de la integral definida.
Resultado de Aprendizaje:	**2.1** Cálculo de integrales definidas mediante fórmulas directas y métodos.
Problema número 15	Integrales definidas aplicando las propiedades y el teorema fundamental de cálculo.

EVALUACIÓN DE INTEGRALES DEFINIDAS

Problema 1. Utiliza el teorema fundamental del cálculo para evaluar la integral definida.

1. $\int_{-1}^{1}(2x^2 - x^3)dx$
2. $\int_{-3}^{-1}\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right)dx$
3. $\int_{1}^{4}\frac{dx}{\sqrt{x}}$
4. $\int_{\pi/2}^{3\pi/4} sen\ x\ dx$
5. $\int_{0}^{2}(2 + x)dx$
6. $\int_{0}^{2}(2 - x)^2 dx$
7. $\int_{0}^{3}(3 - 2x + x^2)dx$
8. $\int_{-1}^{2}(1 - t^2)\ t\ dt$
9. $\int_{1}^{4}(1 - u)\sqrt{u}\ du$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 2:	Determinación de la integral definida.
Resultado de Aprendizaje:	**2.1** Cálculo de integrales definidas mediante fórmulas directas y métodos.
Ejercicio número 16	Integrales definidas de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales, aplicando el método de cambio de variable.

CAMBIO DE VARIABLE PARA INTEGRALES DEFINIDAS.

Ejercicio 1. Utiliza el método de cambio de variable para hallar $\int_{1/2}^{3} \frac{3x}{\sqrt{5x^2-5}}\,dx$

CONSIDERACIONES:

- Toma como u = $5x^2-5$ y determina la diferencial de u.
- Sustituye los valores de u y du.
- Aplica la fórmula de las potencias para determinar la integral
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$=$[F(x)]_a^b$, con a=1/2 y b=3

Ejercicio 2. Utiliza el método de cambio de variable para hallar $\int_0^{\pi/2} \tan\frac{x}{2}\,dx$

CONSIDERACIONES:

- Toma como u = $\frac{x}{2}$ y determina la diferencial de u.
- Sustituye los valores de u y du.
- Aplica la fórmula de tangente para determinar la integral
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$=$[F(x)]_a^b$, con a=0 y b=$\frac{\pi}{2}$

Ejercicio 3. Utiliza el método de cambio de variable para hallar $\int_4^6 \frac{2}{7-2x}\,dx$

CONSIDERACIONES:

- Toma como u = 7-2x y determina la diferencial de u.
- Sustituye los valores de u y du.
- Aplica la fórmula de logaritmo natural para determinar la integral
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$=$[F(x)]_a^b$, con a=4 y b=6

Ejercicio 4. Utiliza el método de cambio de variable para hallar $\int_1^3 \frac{e^{\frac{6}{x}}}{x^2}\, dx$

CONSIDERACIONES:

- Toma como u = $\frac{6}{x}$ y determina la diferencial de u.
- Sustituye los valores de u y du.
- Aplica la fórmula de la exponencial para determinar la integral
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$=$[F(x)]_a^b$, con a=1 y b=3

Ejercicio 5. Utiliza el método de cambio de variable para hallar $\int_1^5 \frac{1}{x^2+64} dx$

CONSIDERACIONES:

- Toma como u = x y a=8 y calcula du.
- Sustituye los valores de u, a y du.
- Aplica la fórmula de integración $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{u}{a} + C$
- Regresa a la variable original sustituyendo el valor de u.
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$=$[F(x)]_a^b$, con a=1 y b=5.

CAMBIO DE VARIABLE PARA INTEGRALES DEFINIDAS.

Problema 1.

1. $\int_1^8 \sqrt{1+3x}\,dx$
2. $\int_0^2 x^2(x^3+1)dx$
3. $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}}dx$
4. $\int_0^1 x(1-\sqrt{x})^2\,dx$
5. $\int_4^8 \frac{x}{\sqrt{x^2-15}}\,dx$
6. $\int_0^{2\pi} sen\ \frac{t}{2}\,dt$

7. Sea $f(x)=\begin{cases} cosx\ para\ \ x<0 \\ 1-x\ para\ x\ \geq 0 \end{cases}$. Evaluar $\int_{-\pi/2}^{1} f\ (x)dx$.

8.- $\int_1^4 \sqrt{5-x}\ dx$

9.- $\int_1^5 \sqrt[3]{2x-1}\ dx$

10.- $\int_{-1}^{1}(t^2-1)^3 t\ dt$

11.- $\int_{-2}^{0}\frac{v^2}{(v^3-2)^2}\ dv$

12.- $\int_0^1 \frac{1}{(3-2v)^2}\ dv$

13.- $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\ dx$

14.- $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^3}\ dx$

15. $\int_0^{\pi/4} \tan x\ sec^2x\ dx$

16. $\int_{\pi/6}^{\pi/2}\frac{cos^2x}{sen\ x}dx$

17. $\int_{\pi/6}^{\pi} sen\ x\ cos\ x\ dx$

18. $\int_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{1+sen\ x}{cos^2x}dx$

19. $\int_0^{\pi/4}(1+\sec x)^2 dx$

20. $\int_0^4 \frac{1}{x^2+16}dx$

21. $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$

22. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\frac{x}{\sqrt{1-x^4}}dx$

23. $\int_{2/\sqrt{3}}^{2}\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\ dx$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 2:	Determinación de la integral definida
Resultado de Aprendizaje:	**2.2** Cálculo de áreas mediante integrales definidas
Ejercicio número 17	Determinación del área comprendida entre gráficas de funciones.

Área entre funciones.

Problema 1. Halla el área de la región limitada por la parábola $y = x^2 - 7x + 6$, el eje x, y las rectas $x = 2$ y $x = 6$.

Problema 2. Halla el área bajo la parábola $y = x^2 - 2x + 2$,por encima del eje x, y entre $x = 0$ y $x = 1$

Problema 3 Halla el área limitada por la parábola $x = 8 + 2y - y^2$, el eje, y las rectas $y = -1$ y $y = 3$.

Problema 4. Halla el área bajo la curva $y = \frac{1}{x}$, y sobre el eje x, entre $x = 2$ y $x = 4$.

Problema 5. Halla el área de la región que queda por encima del eje x y bajo la parábola $y = 4x - x^2$

Problema 6. Halla el área de la región limitada por la parábola $y = x^2 - 7x + 6$, el eje x, y las rectas $x = 2$ y $x = 6$.

Problema 7.Halla el área de la región limitada por las curvas dadas.

(a) $y = x^2, y = 0, x = 2, x = 5$

(b) $y = x^3, y = 0, x = 1, x = 3$

(c) $y = 4x - x^2, y = 0, x = 1, x = 3$

(d) $x = 1 + y^2, x = 10$

(e) $x = 3y^2 - 9, x = 0, y = 0, y = 1$

(f) $x = y^2 + 4y, x = 0$

Problema 8. Calcula el área de la región bajo la gráfica de y = sen (x/2) entre x = 0 y x= π.

Problema 9. Calcula el área de la región bajo la gráfica de y = 2 tan x, entre x = 0 y x = π/4.

Problema 10. Halla el área debajo de la gráfica de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$, por encima del eje x, entre 0 y 1.

ÁREAS ENTRE CURVAS SOBRE EL EJE X

Ejercicio 1. Halla el área *A* de la región *R* bajo la recta $y = \frac{1}{2}x + 2$, por encima de la parábola *y=x*^{2} y entre el eje *y* y *x=1*.**CONSIDERACIONES**

- Dibuja la gráfica de las funciones identificando el área de la región a determinar.
- Sustituye el valor de a=0, b=1 y las funciones f(x) y g(x) para determinar el área:$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx. = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
- Aplica el teorema fundamental del cálculo$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$=$[F(x)]_a^b$ para cada integral

Ejercicio 2. Encuentra el área de la región R acotada por las gráficas de $y - x = 6, y - x^3 = 0 \ y \ 2y + x = 0$.

CONSIDERACIONES:

- Despeja la variable y en cada ecuación, quedando en términos de x.
- Dibuja la gráfica de cada función, identificando el área de la región a determinar.
- Calcula los puntos de intersección entre las tres gráficas, para determinar los límites de integración de las regiones
- Identifica la región R_1 y las funciones que la comprenden, para determinar su área aplicando $A_1 = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx. = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
- Identifica la región R_2 y las funciones que la comprenden, para determinar su área aplicando $A_2 = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx. = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
- Calcula la región total R sumando las áreas A_1 y A_2

ÁREAS ENTRE CURVAS SOBRE EL EJE Y.

Ejercicio 3. Encuentra el área de la región acotada por las gráficas de las ecuaciones $2y^2 = x + 4 \ \ y \ \ x = y^2$.

CONSIDERACIONES:

- Despeja la variable x en cada ecuación, quedando en términos de y.
- Dibuja la gráfica de cada función, identificando el área de la región a determinar.
- Calcula los puntos de intersección entre las gráficas, para determinar los límites de integración de la región.
- Sustituye el valor de a, b y las funciones f(y) y g(y) para determinar el área: $A = \int_c^d [f(y) - g(y)]dy = \int_c^d f(y)dy - \int_c^d g(y)dy$
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_c^d f(y)dy = F(d) - F(c)$=$[F(y)]_c^d$ para cada integral

ÁREAS ENTRE CURVAS

Problema 1. Halla el área limitada por la parábola $x = 8 + 2y - y^2$, el eje y, y las rectas $y = -1$ y $y = 3$.

Problema 2. Halla el área de la región comprendida entre las curvas $y = senx$ y $y = \cos x$ desde $x = 0$ hasta $x = \pi/4$. Las curvas se cortan en $\left(\pi/4, \sqrt{2}/2\right)$

Problema 3. Halla el área de la región limitada por las parábolas $y = 6x - x^2$ y $y = x^2 - 2x$.

Problema 4. Halla el área de la región limitada por la parábola $y^2 = 4x$ y la recta $y = 2x - 4$.

Problema 5. Halla el área de la región limitada por las curvas dadas.

a) $y = 9 - x^2, y = x + 3$

b) $y = 2 - x^2, y = -x$

c) $y = x^2 - 4, y = 8 - 2x^2$

d) y= $x^4 - 4x^2, y = 4x^2$

e) $y = e^x, y = e^{-x}, x = 0, x = 2$

f) $y = e^{x/a} + e^{-x/a}, y = 0, x = \pm a$

g) $xy = 12, y = 0, x = 1, x = e^2$

h) $y = \frac{1}{1+x^2}, y = 0, x = \pm 1$

i) $y = tgx, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$

j) $y = 25 - x^2, 256x = 3y^2, 16y = 9x^2$

Problemas 6. En cada uno de los problemas del 1 al 20 dibuja la región acotada por las gráficas de las ecuaciones dadas y encuentra el área de la región.

1. $y = 1/x^2, y = -x^2, x = 1, x = 2$
2. $y = \sqrt{x}, y = -x, x = 1, x = 4$
3. $y^2 = -x, x - y = 4, y = -1, y = 2$
4. $x = y^2, y - x = 2, y = -2, y = 3$
5. $y = x^2 + 1, y = 5$
6. $y = 4 - x^2, y = -4$
7. $y = x^2, y = 4x$
8. $y = x^3, y = x^2$
9. $y = 1 - x^2, y = x - 1$
10. $x + y = 3, y + x^2 = 3$
11. $y^2 = 4x, y^2 + x = 2$
12. $x = y^2, x - y - 2 = 0$
13. $y = x, y = 3x, x + y = 4$
14. $x - y + 1 = 0,\ 7x - y - 17 = 0, 2x + y + 2 = 0$
15. $y = x^3 - x, y = 0$
16. $y = x^3 - x^2 - 6x,\ y = 0$
17. $x = 4y - y^3,\ x = 0$
18. $x = y^{2/3}, x = y^2$
19. $y = x\sqrt{4 - x^2}, y = 0$
20. $y = x\sqrt{x^2 - 9}, y = 0, x = 5$
21. Sea R la región acotada por la gráfica de $(x - 4)^2 + y^2 = 9$. Expresa el área de A de R como límite de sumas de Riemann. Calcula A sin usar integrales.
22. Sea R la región acotada por las gráficas de $2x + 3y = 6{,}0$ y $y = 0$. Expresa el área A de R como un límite de sumas de Riemann. Calcula A sin usar integrales.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 2:	Determinación de la integral definida
Resultado de Aprendizaje:	**2.2** Cálculo de áreas mediante integrales definidas
Ejercicio número 18	Cálculo de volúmenes de sólidos de revolución a partir de la función dada.

VOLÚMENES DE SÓLIDOS SOBRE EL EJE X.

Ejercicio 1. Sea $f(x) = x^2 + 1$. Calcula el volumen del sólido generado al girar la región bajo la gráfica de f entre -1 y 1 alrededor del eje x.

CONSIDERACIONES:

- Dibuja la gráfica de la función y gira la curva sobre el eje de las x para generar el sólido de revolución.
- Identifica los límites de integración.
- Aplica la fórmula para determinar el volumen del sólido: $\mathrm{v} = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$=$[F(x)]_a^b$

VOLÚMENES DE SÓLIDOS SOBRE EL EJE Y.

Ejercicio 2. Calcule el volumen del sólido resultante de la región acotada por el eje *y* y las gráficas de $y = x^3, y = 1 , y = 8$. gira alrededor del eje y.

- Dibuja la gráfica de la función y gira la curva sobre el eje de las y para generar el sólido de revolución.
- Identifica los límites de integración.
- Despeja la variable x de la función.
- Aplica la fórmula para determinar el volumen del sólido: $V = \int_c^d \pi[g(y)]^2 dy$
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_c^d f(y)dy = F(d) - F(c)$=$[F(y)]_c^d$

Volúmenes de sólidos (método de las arandelas).

Ejercicio 3. Calcula el volumen del sólido resultante, acotada por las gráficas de $x^2 = y - 2,\ 2y - x - 2 = 0,\ x = 0$ y $x = 1$ gira alrededor del eje x.

CONSIDERACIONES:

- Despeja la variable y de las funciones
- Dibuja la gráfica de las funciones y gira las curvas sobre el eje de las x para generar el sólido de revolución.
- Identifica los límites de integración y las funciones f(x) y g(x).
- Aplica la fórmula para determinar el volumen del sólido: $V = \int_a^b \pi\{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\}dx$
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b$

Ejercicio 4. La región contenida en el primer cuadrante acotada por las gráficas de $y = \frac{1}{8}x^3$ y $y = 2x$ gira alrededor del eje y. Calcule el volumen del sólido resultante.

CONSIDERACIONES:

- Dibuja la gráfica de las funciones y gira las curvas sobre el eje de las y para generar el sólido de revolución.
- Identifica los límites de integración a partir del cálculo del punto de intersección entre ambas funciones.
- Despeja la variable x de las funciones
- Identifica las funciones f (y) y g (y).
- Aplica la fórmula para determinar el volumen del sólido: $V = \int_c^d \pi\{[f(y)]^2 - [g(y)]^2\}dy$
- Aplica el teorema fundamental del calculó $\int_c^d f(y)dy = F(d) - F(c) = [F(y)]_c^d$

VOLÚMENES DE SÓLIDOS

.

Problema 1. En cada uno de los problemas del 1 al 12 dibuja la región *R* acotada por las gráficas de ecuaciones dadas y calcule el volumen del sólido que se genera al girar *R* alrededor del eje indicado. En cada caso muestre un rectángulo típico y el disco o arandela que éste genera.

1. $y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 3, y = 0; eje\ x$
2. $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 4; eje\ x$
3. $y = x^2, y = 2; eje\ y$
4. $y = \frac{1}{x}, x = 0, y = 1, y = 3; eje\ y$
5. $y = x^2 - 4x, y = 0; eje\ x$
6. $y = x^3, x = -2, y = 0\ ; eje\ x$
7. $y^2 = x, 2y = x; eje\ y$
8. $y = 2x, y = 4x^2; eje\ y$
9. $y = x^2, y = 4 - x^2; eje\ x$
10. $x = y^3, x^2 + y = 0; eje\ x$
11. $x = y^2, y - x + 2 = 0; eje\ y$
12. $x + y = 1, y = x + 1, x = 2; eje\ y$

Problema 2. Calcula el volumen del sólido que se obtiene al girar la región acotada por las gráficas de $y = x^2$ y $y = 4$ alrededor de

a) La recta $y = 4$
b) La recta $y = 5$
c) La recta $x = 2$

Problema 3. Calcula el volumen del sólido que se obtiene al girar la región acotada por las gráficas de $y = \sqrt{x}, y = 0,$ y $x = 4$ alrededor de

a) La recta $x = 4$
b) La recta $x = 6$
c) La recta $y = 2$

Problema 4. En los problemas del 1 al 6 dibuja las región *R* acotadas por las gráficas de las ecuaciones dadas en (a) y luego plantea (pero no evalúen) las integrales necesarias para calcular el volumen del sólido que se obtiene al girar *R* alrededor de la recta dada en (b). Dibuja rectángulos típicos y los discos o arandelas correspondientes.

1. $(a) y = x^3, y = 4x$
   $(b) y = 8$
2. $(a) y = x^3, y = 4x$
   $(b) x = 4$
3. $(a) x + y = 3, y + x^2 = 3$
   $(b) x = 2$
4. $(a) y = 1 - x^2, x - y = 1$
   $(b) y = 3$
5. $(a) x^2 + y^2 = 1$
   $(b) x = 5$
6. $(a) y = x^{\frac{2}{3}}, y = x^2$
   $(b) y = -1$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 2:	Determinación de la integral definida
Resultado de Aprendizaje:	**2.2** Cálculo de áreas mediante integrales definidas
Ejercicio número 19	Cálculo de volúmenes en la aplicación del trabajo y la ley de Hooke.

EL TRABAJO Y LA LEY DE HOOKE

Ejercicio 1. Se necesita una fuerza de 4 kg para estirar un resorte de su longitud natural de 15 cm a una longitud de 20 cm.

(a) Encuentra el trabajo realizado al estirar el resorte de su longitud natural a una longitud de 25 cm.
(b) Encuentra el trabajo realizado al estirar el resorte de una longitud de 17.5 cm a una longitud de 22.5 cm.

CONSIDERACIONES:

- Calcula la constante K, a partir de la ley de Hooke $f(x) = kx$, tomando en cuenta que f (5)=4, ya que se estira x=5 con una fuerza de 4.
- Determina f(x) sustituyendo el valor de K en la ley de Hooke.
- Determina el trabajo aplicando la fórmula $W = \lim_{||P||\to} \sum_i f(Wi)\Delta x_i = \int_a^b f(x)dx$
- Toma los limites de integración para el inciso a): a=0 y b=10
- Toma los límites de integración para el inciso b): a=2.5 y b=7.5
- Aplica el teorema fundamental del cálculo$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$=$[F(x)]_a^b$

Ejercicio 2. Un tanque en forma de cono circular recto de 6 metros de altura y cuya base tiene radio de 1.5 metros, tiene su vértice en el suelo y su eje es vertical. Supon que el tanque está lleno de agua. Encuentra el trabajo realizado al bombear el agua para que salga por la parte de arriba del tanque.

CONSIDERACIONES:

- Colocamos el vértice del cono en el origen de un sistema de ejes coordenados y su eje vertical coincide con el eje y.
- El cono interseca al plano xy a lo largo de la recta de pendiente 4 que pasa por el origen. Con ecuación y=4x
- El volumen de la iesima rebanada es:$V_i=\pi x_i^2 \Delta y_i$, con : $x_i=y_i/4$ entonces: $V_i = \pi\left(\frac{y_i^2}{16}\right)\Delta y$
- Supón densidad del agua 1000kg/m^3, por lo tanto la masa es 1000 $\pi\left(\frac{y_i^2}{16}\right)\Delta y$
- El trabajo aproximado es: W=Fd=(6-y_i) 1000 $\pi\left(\frac{y_i^2}{16}\right)\Delta y$

- Determina el trabajo aplicando la fórmula $W = \lim_{||P|| \to} \sum_i f(Wi)\Delta x_i = \int_a^b f(x)dx$
- Toma los límites de integración para el inciso a): a=0 y b=6
- $W = \int_0^6 (6-y)\, 1000\pi \left(\frac{y^2}{16}\right) dy$
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_c^d f(y)dy = F(d) - F(c) = [F(y)]_c^d$

Ejercicio 3. El volumen y la presión de cierto gas varían de acuerdo con la ley $pv^{1.2}=115$ donde las unidades de medida son pulgadas y libras. Encuentra el trabajo realizado cuando el gas se expande de 32 a 40 pulgadas cúbicas

CONSIDERACIONES:

- Despeja p de la ecuación.
- Identifica los limites de integración: a=32 y b=40
- Aplica la fórmula $W = \int_a^b p\, dv$.
- Aplica el teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b$

Problema 1. Un resorte cuya longitud natural es de 10 pulgadas se estira 1.5 pulgadas al colgarle un peso de 8 libras.

(a) Calcula el trabajo realizado al estirar el resorte de su longitud natural a una longitud de 14 pulgadas.
(b) Calcula el trabajo realizado al estirarlo de 12 cm a 13 cm con el trabajo realizado al estirarlo de 13 cm a 14 cm.

Problema 2. Se necesita una fuerza de 400 dinas para comprimir un resorte de su longitud natural de 12 cm a una longitud de 10 cm. Calcula el trabajo realizado al comprimir el resorte de su longitud natural a una longitud de 89 cm.

Problema 3. Suponga que un resorte tiene 12 cm de largo. Compara el trabajo realizado al estirarlo de 12 cm a 13 cm con el trabajo realizado al estirarlo de 13 cm a 14 cm.

Problema 4. Se necesita un trabajo de 60 dinas-cm para estirar cierto resorte de una longitud de 6 cm a una longitud de 7 cm y 120 dinas-cm para estirarlo de 7 a 8 cm. Encuentra la constante del resorte y su longitud de 8 cm.

Problema 5. Un acuario tiene una base rectangular de 0.6 m de ancho y 1.2 m de largo y lados rectangulares de 0.9 m de altura ¿Si el acuario está lleno de agua, cuánto trabajo se necesita para vaciarlo bombeando el agua por la parte de arriba?
Problema 6. Un elevador de carga que pesa 1500 kg está sostenido por un cable de 4 m de largo que pesa 18 kg por metro lineal. Calcula el trabajo necesario para subir el elevador 3 m enrollando el cable en un carrete.

Problema 7. Un hombre que pesa 80 kg se trepa en un poste de teléfono vertical de 5 metros de altura. ¿Qué trabajo realiza si alcanza el tope en (a) 10 segundos (b) 4 segundos?

Problema 8. Un tanque vertical cilíndrico de un metro de diámetro y 2 metros de altura está lleno de agua.

(a) Calcula el trabajo necesario para bombear el agua fuera del tanque por la parte superior.

(b) Encuentra el trabajo necesario para sacar el agua bombeando por un tubo que se eleva a 1.20 m sobre la parte superior del tanque.

Problema 9. Los extremos de un abrevadero de 2 m de largo son triángulos equiláteros de 0.5 m de lado. Suponga que el abrevadero está lleno de agua. Calcula el trabajo necesario para sacar el agua del abrevadero bombeándola por la parte de arriba.

Problema 10. Una cisterna en forma de hemisferio de 2 metros de radio con la parte circular hacia arriba está llena de agua. Calcula el trabajo necesario para bombear el agua a un punto que se encuentra a 1.5 metros encima de la parte superior de la cisterna.

Problema 11. La presión y el volumen de cierta cantidad de vapor confinado están relacionados por la fórmula $pv^{1.14} = c$, donde c es una constante. Suponga que la presión y el volumen iníciales son p_0 y v_0 respectivamente. Encuentra una fórmula para el trabajo realizado cuando el vapor se expande a lo doble de su volumen.

II. Guía de Evaluación del Módulo Análisis integral de funciones

7. Descripción

La guía de evaluación es un documento que define el proceso de recolección y valoración de las evidencias requeridas por el módulo desarrollado y tiene el propósito de guiar en la evaluación de las competencias adquiridas por los alumnos, asociadas a los Resultados de Aprendizaje; en donde además, describe las técnicas y los instrumentos a utilizar y la ponderación de cada actividad de evaluación. Los Resultados de Aprendizaje se definen tomando como referentes: las **competencias genéricas** que va adquiriendo el alumno para desempeñarse en los ámbitos personal y profesional que le permitan convivir de manera armónica con el medio ambiente y la sociedad; las **disciplinares**, esenciales para que los alumnos puedan desempeñarse eficazmente en diversos ámbitos, desarrolladas en torno a áreas del conocimiento y las **profesionales** que le permitan un desempeño eficiente, autónomo, flexible y responsable de su ejercicio profesional y de actividades laborales específicas, en un entorno cambiante que exige la multifuncionalidad.

La importancia de la evaluación de competencias, bajo un enfoque de **mejora continua**, reside en que es un proceso por medio del cual se obtienen y analizan las evidencias del desempeño de un alumno con base en la guía de evaluación y rúbrica, para emitir un juicio que conduzca a tomar decisiones.

La evaluación de competencias se centra en el desempeño real de los alumnos, soportado por evidencias válidas y confiables frente al referente que es la guía de evaluación, la cual, en el caso de competencias profesionales, está asociada con alguna normalización específica de un sector o área y no en contenidos y/o potencialidades.

El **Modelo de Evaluación** se caracteriza porque es **Confiable** (que aplica el mismo juicio para todos los alumnos), **Integral** (involucra las dimensiones intelectual, social, afectiva, motriz y axiológica), **Participativa** (incluye autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación), **Transparente** (congruente con los aprendizajes requeridos por la competencia), **Válida** (las evidencias deben corresponder a la guía de evaluación).

Evaluación de los Aprendizajes.

Durante el proceso de enseñanza - aprendizaje es importante considerar tres finalidades de evaluación: **diagnóstica, formativa y sumativa**.

La evaluación **diagnóstica** nos permite establecer un **punto de partida** fundamentado en la detección de la situación en la que se encuentran nuestros alumnos. Permite también establecer vínculos socio-afectivos entre el docente y su grupo. El alumno a su vez podrá obtener información sobre los aspectos donde deberá hacer énfasis en su dedicación. El docente podrá **identificar las características del grupo y orientar adecuadamente sus estrategias**. En esta etapa pueden utilizarse mecanismos informales de recopilación de información.

La evaluación **formativa** se realiza durante todo el proceso de aprendizaje del alumno, en forma constante, ya sea al finalizar cada actividad de aprendizaje o en la integración de varias de éstas. Tiene como finalidad **informar a los alumnos de sus avances** con respecto a los aprendizajes que deben alcanzar y advertirle sobre dónde y en qué aspectos tiene debilidades o dificultades para poder regular sus procesos. Aquí se admiten errores, se identifican y se corrigen; es factible trabajar colaborativamente. Asimismo, el docente puede asumir nuevas estrategias que contribuyan a mejorar los resultados del grupo.

Finalmente, la evaluación **sumativa** es adoptada básicamente por una función social, ya que mediante ella se asume una acreditación, una promoción, un fracaso escolar, índices de deserción, etc., a través de **criterios estandarizados y bien definidos**. Las evidencias se elaboran en forma individual, puesto que se está asignando, convencionalmente, un criterio o valor. Manifiesta la síntesis de los logros obtenidos por ciclo o período escolar.

Con respecto al agente o responsable de llevar a cabo la evaluación, se distinguen tres categorías: la **autoevaluación** que se refiere a la valoración que hace el alumno sobre su propia actuación, lo que le permite reconocer sus posibilidades, limitaciones y cambios necesarios para mejorar su aprendizaje. Los roles de evaluador y evaluado coinciden en las mismas personas

La **coevaluación** en la que los alumnos se evalúan mutuamente, es decir, evaluadores y evaluados intercambian su papel alternativamente; los alumnos en conjunto, participan en la valoración de los aprendizajes logrados, ya sea por algunos de sus miembros o del grupo en su conjunto; La coevaluación permite al alumno y al docente:

- Identificar los logros personales y grupales
- Fomentar la participación, reflexión y crítica constructiva ante situaciones de aprendizaje
- Opinar sobre su actuación dentro del grupo
- Desarrollar actitudes que se orienten hacia la integración del grupo
- Mejorar su responsabilidad e identificación con el trabajo
- Emitir juicios valorativos acerca de otros en un ambiente de libertad, compromiso y responsabilidad

La **heteroevaluación** que es el tipo de evaluación que con mayor frecuencia se utiliza, donde el docente es quien, evalúa, su variante externa, se da cuando agentes no integrantes del proceso enseñanza-aprendizaje son los evaluadores, otorgando cierta objetividad por su no implicación.

Actividades de Evaluación

Los programas de estudio están conformados por Unidades de Aprendizaje (UA) que agrupan Resultados de Aprendizaje (RA) vinculados estrechamente y que requieren irse desarrollando paulatinamente. Dado que se establece un resultado, es necesario comprobar que efectivamente éste se ha alcanzado, de tal suerte que en la descripción de cada unidad se han definido las actividades de evaluación indispensables para evaluar los aprendizajes de cada uno de los RA que conforman las unidades.

Esto no implica que no se puedan desarrollar y evaluar otras actividades planteadas por el docente, pero es importante no confundir con las actividades de aprendizaje que realiza constantemente el alumno para contribuir a que logre su aprendizaje y que, aunque se evalúen con fines formativos, no se registran formalmente en el **Sistema de Administración Escolar SAE**. El **registro formal** procede sólo para las actividades descritas en los programas y planes de evaluación.

De esta manera, cada uno de los RA tiene asignada al menos una actividad de evaluación, a la cual se le ha determinado una ponderación con respecto a la Unidad a la cual pertenece. Ésta a su vez, tiene una ponderación que, sumada con el resto de Unidades, **conforma el 100%.** Es decir, para considerar que se ha adquirido la competencia correspondiente al módulo de que se trate, deberá **ir acumulando** dichos porcentajes a lo largo del período para estar en condiciones de acreditar el mismo. Cada una de estas ponderaciones dependerá de la relevancia que tenga la AE con respecto al RA y éste a su vez, con respecto a la Unidad de Aprendizaje. Estas ponderaciones las asignará el especialista diseñador del programa de estudios.

La ponderación que se asigna en cada una de las actividades queda asimismo establecida en la **Tabla de ponderación**, la cual está desarrollada en una hoja de cálculo que permite, tanto al alumno como al docente, ir observando y calculando los avances en términos de porcentaje, que se van alcanzando (ver apartado 8 de esta guía).

Esta tabla de ponderación contiene los Resultados de Aprendizaje y las Unidades a las cuales pertenecen. Asimismo indica, en la columna de actividades de evaluación, la codificación asignada a ésta desde el programa de estudios y que a su vez queda vinculada al Sistema de Evaluación Escolar SAE. Las columnas de aspectos a evaluar, corresponden al tipo de aprendizaje que se evalúa: **C = conceptual; P = Procedimental y A = Actitudinal**. Las siguientes tres columnas indican, en términos de porcentaje: la primera el **peso específico** asignado desde el programa de estudios para esa actividad; la segunda, **peso logrado**, es el nivel que el alumno alcanzó con base en las evidencias o desempeños demostrados; la tercera, **peso acumulado**, se refiere a la suma de los porcentajes alcanzados en las diversas actividades de evaluación y que deberá acumular a lo largo del ciclo escolar.

Otro elemento que complementa a la matriz de ponderación es la **rúbrica o matriz de valoración**, que establece los **indicadores y criterios** a considerar para evaluar, ya sea un producto, un desempeño o una actitud y la cual se explicará a continuación.

Una matriz de valoración o rúbrica es, como su nombre lo indica, una matriz de doble entrada en la cual se establecen, por un lado, los **indicadores** o aspectos específicos que se deben tomar en cuenta como **mínimo indispensable** para evaluar si se ha logrado el resultado de aprendizaje esperado y, por otro, los criterios o **niveles de calidad o satisfacción alcanzados**. En las celdas centrales se describen los criterios que se van a utilizar para evaluar esos indicadores, explicando cuáles son las características de cada uno.

Los criterios que se han establecido son: **Excelente**, en el cual, además de cumplir con los estándares o requisitos establecidos como necesarios en el logro del producto o desempeño, es propositivo, demuestra iniciativa y creatividad, o que va más allá de lo que se le solicita como mínimo, aportando elementos adicionales en pro del indicador; **Suficiente**, si cumple con los estándares o requisitos establecidos como necesarios para demostrar que se ha desempeñado adecuadamente en la actividad o elaboración del producto. Es en este nivel en el que podemos decir que se ha adquirido la competencia. **Insuficiente**, para cuando no cumple con los estándares o requisitos mínimos establecidos para el desempeño o producto.

Evaluación mediante la matriz de valoración o rúbrica

Un punto medular en esta metodología es que al alumno se le proporcione el **Plan de evaluación**, integrado por la **Tabla de ponderación y las Rúbricas**, con el fin de que pueda conocer qué se le va a solicitar y cuáles serán las características y niveles de calidad que deberá cumplir para demostrar que ha logrado los resultados de aprendizaje esperados. Asimismo, él tiene la posibilidad de autorregular su tiempo y esfuerzo para recuperar los aprendizajes no logrados.

Como se plantea en los programas de estudio, en una **sesión de clase previa a finalizar la unidad**, el docente debe hacer una **sesión de recapitulación** con sus alumnos con el propósito de valorar si se lograron los resultados esperados; con esto se pretende que el alumno tenga la oportunidad, en caso de no lograrlos, de rehacer su evidencia, realizar actividades adicionales o repetir su desempeño nuevamente, con el fin de recuperarse de inmediato y no esperar hasta que finalice el ciclo escolar acumulando deficiencias que lo pudiesen llevar a no lograr finalmente la competencia del módulo y, por ende, no aprobarlo.

La matriz de valoración o rúbrica tiene asignadas a su vez valoraciones para cada indicador a evaluar, con lo que el docente tendrá los elementos para evaluar objetivamente los productos o desempeños de sus alumnos. Dichas valoraciones están también vinculadas al SAE y a la matriz de ponderación. Cabe señalar que **el docente no tendrá que realizar operaciones matemáticas para el registro de los resultados de sus alumnos**, simplemente deberá marcar en cada celda de la rúbrica aquélla que más se acerca a lo que realizó el alumno, ya sea en una hoja de cálculo que emite el SAE o bien, a través de la Web.

8. Tabla de Ponderación

UNIDAD	RA	ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	ASPECTOS A EVALUAR			% Peso Específico	% Peso Logrado	% Peso Acumulado
			C	P	A			
1. Determinación de la integral indefinida.	**1.1** Cálculo de antiderivadas mediante fórmulas inmediatas de integración	**1.1.1**	▲	▲	▲	25		
	1.2 Resuelve Integrales indefinidas mediante métodos de Integración.	**1.2.1**	▲	▲	▲	25		
% PESO PARA LA UNIDAD						**50**		
2. Determinación de la integral definida.	**2.1** Cálculo de integrales definidas mediante fórmulas directas y métodos.	**2.1.1**	▲	▲	▲	25		
	2.2 Cálculo de áreas mediante integrales definidas.	**2.2.1**	▲	▲	▲	25		
% PESO PARA LA UNIDAD						**50**		
PESO TOTAL DEL MÓDULO						**100**		

9. Materiales para el Desarrollo de Actividades de Evaluación

Instrumento de Coevaluación

- Este instrumento de coevaluación posibilitará obtener e interpretar información que facilite la toma de decisiones orientadas a ofrecer retroalimentación al alumno conforme a la adquisición y uso de las competencias genéricas, aplicables en contextos personales, sociales, académicos y laborales.
- La información que arroje este instrumento, es útil para el docente, y debe ser entregada al estudiante evaluado, de manera que posibilite que éste pueda enriquecer su proceso de aprendizaje.
- Se sugiere que sea aplicado, al finalizar cada unidad de aprendizaje; o en una única ocasión al finalizar el semestre.
- El instrumento requisitado se deberá integrar en la carpeta de evidencias del alumno.
- Es importante precisar, que este instrumento es una propuesta, sin embargo si se considera pertinente existe la posibilidad de emplear otro, siempre y cuando refleje la evaluación de todas las competencias genéricas desarrolladas durante el módulo en cuestión.
- Así mismo, debe ser aplicado conforme el módulo que se esté cursando, posibilitando detectar qué competencias genéricas se articulan con la competencia disciplinar que se encuentra en desarrollo. Por lo que el docente podrá indicar a los alumnos cuáles competencias del instrumento se deberán evaluar.

INSTRUMENTO DE COEVALUACIÓN

INSTRUCCIONES:

- Requisita la información que se solicita, con respecto a los datos de identificación de tu compañero.
- Evalúa las competencias genéricas de tu compañero, conforme los siguientes indicadores de la tabla colocando una “**X”** en la casilla correspondiente.

Nombre del alumno: (evaluado)			
Carrera		**Nombre del modulo**	
Semestre		**Grupo**	

COMPETENCIAS GENÉRICAS	ATRIBUTOS	CON FRECUENCIA	ALGUNAS OCASIONES	NUNCA
SE AUTODETERMINA Y CUIDA DE SÍ				
Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.	Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades.			
	Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase.			
	Elige alternativas y cursos de acción con base en criterios sustentados y en el marco de un proyecto de vida.			
	Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones.			
	Asume las consecuencias de sus comportamientos y decisiones.			
	Administra los recursos disponibles teniendo en cuenta las restricciones para el logro de sus metas.			
Es sensible al arte y participa en la	Valora el arte como manifestación de la belleza y expresión de ideas, sensaciones y emociones.			

apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.	Experimenta el arte como un hecho histórico compartido que permite la comunicación entre individuos y culturas en el tiempo y el espacio, a la vez que desarrolla un sentido de identidad.			
	Participa en prácticas relacionadas con el arte.			
Elige y practica estilos de vida saludables.	Reconoce la actividad física como un medio para su desarrollo físico, mental y social.			
	Toma decisiones a partir de la valoración de las consecuencias de distintos hábitos de consumo y conductas de riesgo.			
	Cultiva relaciones interpersonales que contribuyen a su desarrollo humano y el de quienes lo rodean.			
SE EXPRESA Y COMUNICA				
Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.	Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.			
	Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue.			
	Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas.			
	Se comunica en una segunda lengua en situaciones cotidianas.			
	Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas			
PIENSA CRÍTICA Y REFLEXIVAMENTE				
Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.	Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.			
	Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones.			
	Identifica los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.			
	Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.			
	Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.			

	Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.			
Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.	Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.			
	Evalúa argumentos y opiniones e identifica prejuicios y falacias.			
	Reconoce los propios prejuicios, modifica sus puntos de vista al conocer nuevas evidencias, e integra nuevos conocimientos y perspectivas al acervo con el que cuenta.			
	Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.			

APRENDE DE FORMA AUTÓNOMA				
Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.	Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento.			
	Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.			
	Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.			
TRABAJA EN FORMA COLABORATIVA				
Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.			
	Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.			
	Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.			
PARTICIPA CON RESPONSABILIDAD EN LA SOCIEDAD				

Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.	Privilegia el diálogo como mecanismo para la solución de conflictos.			
	Toma decisiones a fin de contribuir a la equidad, bienestar y desarrollo democrático de la sociedad.			
	Conoce sus derechos y obligaciones como mexicano y miembro de distintas comunidades e instituciones, y reconoce el valor de la participación como herramienta para ejercerlos.			
	Contribuye a alcanzar un equilibrio entre el interés y bienestar individual y el interés general de la sociedad.			
	Actúa de manera propositiva frente a fenómenos de la sociedad y se mantiene informado.			
	Advierte que los fenómenos que se desarrollan en los ámbitos local, nacional e internacional ocurren dentro de un contexto global interdependiente.			
Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.	Reconoce que la diversidad tiene lugar en un espacio democrático de igualdad de dignidad y derechos de todas las personas, y rechaza toda forma de discriminación.			
	Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio.			
	Asume que el respeto de las diferencias es el principio de integración y convivencia en los contextos local, nacional e internacional.			
Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.	Asume una actitud que favorece la solución de problemas ambientales en los ámbitos local, nacional e internacional.			
	Reconoce y comprende las implicaciones biológicas, económicas, políticas y sociales del daño ambiental en un contexto global interdependiente.			
	Contribuye al alcance de un equilibrio entre los intereses de corto y largo plazo con relación al ambiente.			

Tomado del Acuerdo 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el Marco Curricular Común del Sistema Nacional de Bachillerato.

10. Matriz de Valoración o Rúbrica

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: AING-02	**Nombre del Módulo:**	**Análisis integral de funciones**	**Nombre del Alumno:**		
Docente evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**	
Resultado de Aprendizaje:	**1.1** Cálculo de antiderivadas mediante fórmulas inmediatas de integración	**Actividad de evaluación:**	1.1.1 Resuelve ejercicios de antiderivadas inmediatas planteados por el docente considerando: Fórmulas, Procedimientos, Resultados.		

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Fórmulas de potencia	**30**	Presenta ejercicios propuestos por el docente. Simplifica algebraicamente los ejercicios Aplica la fórmula de potencia. Simplifica resultado algebraicamente. Comprueba resultado por derivación.	Presenta ejercicios propuestos por el docente. Simplifica algebraicamente los ejercicios Aplica la fórmula de potencia. Simplifica resultado algebraicamente.	Omite alguno de los siguientes aspectos: Presentar ejercicios propuestos por el docente. Simplificar algebraicamente los ejercicios Aplicar la fórmula de potencia. Simplificar resultado algebraicamente.
Fórmulas algebraicas	**40**	Presenta ejercicios propuestos por el docente. Simplifica algebraicamente los ejercicios Aplica las fórmulas algebraicas. Presenta procedimientos matemáticos al obtener su resultado. Simplifica resultado algebraicamente. Comprueba resultado por derivación.	Presenta ejercicios propuestos por el docente. Simplifica algebraicamente los ejercicios Aplica las fórmulas algebraicas. Presenta procedimientos matemáticos al obtener su resultado. Simplifica resultado algebraicamente.	Omite alguno de los siguientes aspectos: Presentar ejercicios propuestos por el docente. Simplificar algebraicamente los ejercicios Aplicar la fórmulas algebraicas Presentar procedimientos matemáticos al obtener su resultado. Simplificar resultado algebraicamente.

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Fórmulas trigonométricas	**15**	Presenta ejercicios propuestos por el docente. Simplifica algebraicamente los ejercicios Aplica fórmulas trigonométricas Presenta procedimientos matemáticos al obtener su resultado Simplifica resultado algebraicamente. Comprueba resultado por derivación.	Presenta ejercicios propuestos por el docente. Simplifica algebraicamente los ejercicios Aplica fórmulas trigonométricas. Simplifica resultado algebraicamente.	Omite alguno de los siguientes aspectos: • Presentar ejercicios propuestos por el docente. • Simplificar algebraicamente los ejercicios • Aplicar la fórmula trigonométrica. • Simplificar resultado algebraicamente.
Fórmulas exponenciales y logarítmicas	**10**	Presenta ejercicios propuestos por el docente. Simplifica algebraicamente los ejercicios Aplica fórmulas de exponenciales. Presenta procedimientos matemáticos al obtener su resultado Simplifica resultado algebraicamente. Comprueba resultado por derivación.	Presenta ejercicios propuestos por el docente. Simplifica algebraicamente los ejercicios Aplica fórmulas de exponenciales. Simplifica resultado algebraicamente.	Omite alguno de los siguientes aspectos: • Presentar ejercicios propuestos por el docente. • Simplificar algebraicamente los ejercicios • Aplicar la fórmula de exponenciales. • Simplificar resultado algebraicamente.
Disposición emprendedora y sentido de organización	**5**	Colabora con sus compañeros para resolver ejercicios de integrales. Realiza con orden las integrales de potencia, algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas. Entrega ordenadamente la comprobación de los resultados por derivación.	Colabora con sus compañeros para resolver ejercicios de integrales. Realiza con orden las integrales de potencia, algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Colaborar con sus compañeros para resolver ejercicios de integrales. • Realizar con orden las integrales de potencia, algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: AING-02	**Nombre del Módulo:**	**Análisis integral de funciones**	**Nombre del Alumno:**	
Docente evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**1.2.** Resuelve Integrales indefinidas mediante métodos de Integración.	**Actividad de evaluación:**	**1.2.1.** Resuelve ejercicios y aplicaciones de la integral indefinida propuestos por el docente	

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Cambio de variable	**20**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral algebraicamente. Aplica el cambio de variable en la integral Aplica la fórmula de integración. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final. Simplifica algebraicamente el resultado. Comprueba el resultado aplicando fórmulas de derivación.	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral algebraicamente. Aplica el cambio de variable en la integral Aplica la fórmula de integración. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final. Simplifica algebraicamente el resultado.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Simplificar la integral algebraicamente. • Aplicar el cambio de variable en la integral • Aplicar la fórmula de integración. • Presentar procedimiento al llegar al resultado previo. • Sustituir el cambio de variable en el resultado previo y llegar al resultado final. • Simplificar algebraicamente el resultado.
Por partes	**20**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral algebraicamente. Aplica la fórmula de integración por partes. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye el cambio de variable en el	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral algebraicamente. Aplica la fórmula de integración por partes. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Simplificar la integral algebraicamente. • Aplicar la fórmula de integración por partes.

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
		resultado previo y llega al resultado final. Simplifica algebraicamente el resultado. Comprueba el resultado aplicando fórmulas de derivación.	Sustituye el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final. Simplifica algebraicamente el resultado.	• Presentar procedimiento al llegar al resultado previo. • Sustituir el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final. • Simplificar algebraicamente el resultado.
Fracciones parciales	**20**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral algebraicamente. Aplica el caso correspondiente a la integral para su solución. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye los valores de las constantes en la integral. Resuelve la integral. Simplifica algebraicamente el resultado. Comprueba el resultado aplicando fórmulas de derivación.	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral algebraicamente. Aplica el caso correspondiente a la integral para su solución. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye los valores de las constantes en la integral. Resuelve la integral. Simplifica algebraicamente el resultado.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Simplificar la integral algebraicamente. • Aplicar el caso correspondiente a la integral para su solución. • Presentar procedimiento al llegar al resultado previo. • Sustituir los valores de las constantes en la integral. • Resolver la integral. • Simplificar algebraicamente el resultado.
Por tablas	**20**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral algebraicamente. Aplica la fórmula correspondiente a la integral a solucionar. Presenta procedimiento al llegar al resultado. Simplifica algebraicamente el resultado. Comprueba el resultado aplicando fórmulas de derivación	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral algebraicamente. Aplica la fórmula correspondiente a la integral a solucionar. Presenta procedimiento al llegar al resultado. Simplifica algebraicamente el resultado.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Simplificar la integral algebraicamente. • Aplicar la fórmula correspondiente a la integral a solucionar. • Presentar procedimiento al llegar al resultado. • Simplificar algebraicamente el resultado.

<table>
<tr><th rowspan="2">INDICADORES</th><th rowspan="2">%</th><th colspan="3">C R I T E R I O S</th></tr>
<tr><th>Excelente</th><th>Suficiente</th><th>Insuficiente</th></tr>
<tr><td>Problemas</td><td>15</td><td>Presenta problemas propuestos por el docente.
Presenta datos y planteamiento del problema.
Aplica ecuación diferencial.
Selecciona método para resolver la integral indefinida.
Presenta procedimiento al llegar al resultado.
Simplifica algebraicamente el resultado.
Explica el resultado obtenido mediante escrito breve.</td><td>Presenta problemas propuestos por el docente.
Presenta datos y planteamiento del problema.
Aplica ecuación diferencial.
Selecciona método para resolver la integral indefinida.
Presenta procedimiento al llegar al resultado.
Simplifica algebraicamente el resultado.</td><td>Omite alguno de los siguientes aspectos.
• Presentar problemas propuestos por el docente.
• Presentar datos y planteamiento del problema.
• Aplicar ecuación diferencial.
• Seleccionar método para resolver la integral indefinida.
• Presentar procedimiento al llegar al resultado.
• Simplificar algebraicamente el resultado.</td></tr>
<tr><td>Disposición emprendedora y sentido de organización AUTOEVALUACIÓN</td><td>5</td><td>Colabora con sus compañeros para resolver ejercicios y problemas de la integral indefinida aplicando diferentes métodos planteados por el docente.
Entrega los ejercicios y problemas resueltos en hojas limpias sin borrones, tachaduras y enmendaduras.
Entrega ordenadamente en el tiempo propuesto por el docente las integrales y problemas.</td><td>Colabora con sus compañeros para resolver ejercicios y problemas de la integral indefinida aplicando diferentes métodos planteados por el docente.
Entrega los ejercicios y problemas resueltos en hojas limpias sin borrones, tachaduras y enmendaduras.</td><td>Omite alguno de los siguientes aspectos.
• Colaborar con sus compañeros para resolver ejercicios y problemas de la integral indefinida aplicando diferentes métodos planteados por el docente
• Entregar los ejercicios y problemas resueltos en hojas limpias sin borrones, tachaduras y enmendaduras.</td></tr>
<tr><td></td><td>100</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: AING-02	**Nombre del Módulo:**	**Análisis integral de funciones**	**Nombre del Alumno:**	
Docente evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**2.1** Cálculo de integrales definidas mediante fórmulas directas y métodos.	**Actividad de evaluación:**	**2.1.1**	Resuelve ejercicios de la integral definida planteados por el docente, considerando: Fórmulas, Métodos, Procedimientos, Resultados.

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Integrales Directas	**30**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral definida algebraicamente. Aplica la fórmula de integración directa Presenta procedimiento matemático al llegar al resultado. Simplifica algebraicamente el resultado. Comprueba el resultado por medio de calculadora científica o software matemático.	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral definida algebraicamente. Aplica la fórmula de integración directa Presenta procedimiento matemático al llegar al resultado. Simplifica algebraicamente el resultado.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Simplificar la integral definida algebraicamente. • Aplicar la fórmula de integración directa • Presentar procedimiento matemático al llegar al resultado. • Simplificar algebraicamente el resultado.
Por cambio de variable	**40**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral definida algebraicamente. Aplica el cambio de variable en la integral Aplica fórmula de integración. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final.	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral definida algebraicamente. Aplica el cambio de variable en la integral Aplica fórmula de integración. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Simplificar la integral definida algebraicamente. • Aplicar el cambio de variable en la integral • Aplicar fórmula de integración. • Presentar procedimiento al llegar al resultado previo. • Sustituir el cambio de variable en

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
		Simplifica algebraicamente el resultado. Comprueba el resultado por medio de calculadora científica o software matemático.	Simplifica algebraicamente el resultado.	el resultado previo y llega al resultado final. • Simplificar algebraicamente el resultado.
Por partes	**25**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral indefinida algebraicamente. Aplica la fórmula de integración por partes. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final. Simplifica algebraicamente el resultado. Comprueba el resultado por medio de calculadora científica o software matemático.	Presenta ejercicios propuestos por el docente Simplifica la integral indefinida algebraicamente. Aplica la fórmula de integración por partes. Presenta procedimiento al llegar al resultado previo. Sustituye el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final. Simplifica algebraicamente el resultado.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Simplificar la integral indefinida algebraicamente. • Aplicar la fórmula de integración por partes. • Presentar procedimiento al llegar al resultado previo. • Sustituir el cambio de variable en el resultado previo y llega al resultado final. • Simplificar algebraicamente el resultado.
Disposición emprendedora y sentido de organización	**5**	Colabora con sus compañeros para resolver problemas de figuras geométricas. Realiza con orden las ecuaciones de ángulos, líneas y planos así como las operaciones aritméticas y algebraicas. Presenta los problemas de forma ordenada	Colabora con sus compañeros para resolver problemas de una situación cotidiana. Realiza con orden las ecuaciones logarítmicas y exponenciales.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Colaborar con sus compañeros para resolver problemas de una situación cotidiana. • Realizar con orden las ecuaciones logarítmicas y exponenciales.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: AING-02	**Nombre del Módulo:**	**Análisis integral de funciones**	**Nombre del Alumno:**	
Docente evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**2.2** Cálculo de áreas mediante integrales definidas.	**Actividad de evaluación:**	**2.2.1** Resuelve aplicaciones de la integral definida propuestos por el docente. **HETEROEVALUACIÓN**	

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Cálculo de áreas con una función	**25**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Traza la gráfica de la función con los intervalos propuestos. Sustituye valores en la fórmula de área. Presenta procedimiento matemático al llegar al resultado. Comprueba el resultado por medio de calculadora científica o software matemático.	Presenta ejercicios propuestos por el docente Traza la gráfica de la función con los intervalos propuestos. Sustituye valores en la fórmula de área. Presenta procedimiento matemático al llegar al resultado.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Trazar la gráfica de la función con los intervalos propuestos. • Sustituir valores en la fórmula de área. • Presentar procedimiento matemático al llegar al resultado.
Cálculo de áreas con dos funciones	**25**	Presenta ejercicios propuestos por el docente Traza las gráficas de las funciones. Calcula los intervalos superior e inferior Sustituye valores en la fórmula de área. Presenta procedimiento matemático al llegar al resultado. Comprueba el resultado por medio de calculadora científica o software matemático.	Presenta ejercicios propuestos por el docente Traza las gráficas de las funciones. Calcula los intervalos superior e inferior Sustituye valores en la fórmula de área. Presenta procedimiento matemático al llegar al resultado.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar ejercicios propuestos por el docente • Trazar las gráficas de las funciones. • Calcular los intervalos superior e inferior • Sustituir valores en la fórmula de área. • Presentar procedimiento matemático al llegar al resultado.
Cálculo de áreas con tres	**25**	Presenta ejercicios propuestos por el docente	Presenta ejercicios propuestos por el docente	Omite alguno de los siguientes aspectos.

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
funciones		Traza las gráficas de las funciones. Calcula los intervalos superior e inferior Sustituye valores en la fórmula de área. Presenta procedimiento matemático al llegar al resultado. Comprueba el resultado por medio de calculadora científica o software matemático.	Traza las gráficas de las funciones. Calcula los intervalos superior e inferior Sustituye valores en la fórmula de área. Presenta procedimiento matemático al llegar al resultado.	• Presentar ejercicios propuestos por el docente • Trazar las gráficas de las funciones. • Calcular los intervalos superior e inferior • Sustituir valores en la fórmula de área. • Presentar procedimiento matemático al llegar al resultado.
Problemas de algún contexto	**20**	Presenta problemas propuestos por el docente. Presenta datos y planteamiento del problema. Aplica ecuación diferencial. Selecciona método para resolver la integral definida. Presenta procedimiento al llegar al resultado. Simplifica algebraicamente el resultado. Explica el resultado obtenido mediante escrito breve.	Presenta problemas propuestos por el docente. Presenta datos y planteamiento del problema. Aplica ecuación diferencial. Selecciona método para resolver la integral definida. Presenta procedimiento al llegar al resultado. Simplifica algebraicamente el resultado.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Presentar problemas propuestos por el docente. • Presentar datos y planteamiento del problema. • Aplicar ecuación diferencial. • Seleccionar método para resolver la integral definida. • Presentar procedimiento al llegar al resultado. • Simplificar algebraicamente el resultado.
Disposición emprendedora y sentido de organización	**5**	Colabora con sus compañeros para resolver problemas de figuras geométricas. Realiza con orden las integrales definidas por diferentes métodos. Entrega ordenadamente en el tiempo propuesto por el docente las integrales y problemas.	Colabora con sus compañeros para resolver problemas de una situación cotidiana. Realiza con orden la solución de las integrales definidas por diferentes métodos.	Omite alguno de los siguientes aspectos. • Colaborar con sus compañeros para resolver problemas de una situación cotidiana. • Realizar con orden la solución de las integrales definidas por diferentes métodos.
	100			